考研帮课堂配套讲义
《管理类联考—初数》

课程配套讲义是学习的必备资源，帮帮为大家精心整理了高质量的配套讲义，确保同学们学习的方便与高效。该讲义是帮帮结合大纲考点及考研辅导名师多年辅导经验的基础上科学整理的。内容涵盖考研的核心考点、复习重点、难点。结构明了、脉络清晰，并针对不同考点、重点、难点做了不同颜色及字体的标注，以便同学们复习时可以快速投入、高效提升。

除课程配套讲义外，帮帮还从学习最贴切的需求出发，为大家提供以下服务，打造最科学、最高效、最自由的学习平台：

服务项目	服务内容
名师高清视频课	零距离跟名师学习，精讲考点，突出重点，拿下难点，掌握方法
习题+月考+模考	精选配套习题，灵活自测，查缺补漏，时时提升
真题视频解析	精选整理了近十几年的真题+答案，视频详解近五年真题
复习规划指导	名师零距离直播/录播指导全程考研复习规划
24 小时内答疑	24 小时内详尽解答您复习中的疑点难点，确保学习无阻碍

把青春托付给值得信任的平台！

祝：复习愉快，天天高效，考研成功！

PS:讲义中的不足之处，欢迎各位研研批评指正，我们将竭尽所能追求更好！

目录

第一章 算数

【大纲考点】

1. 整数

(1)整数及其运算，

(2)整除、公倍数、公约数，

(3)奇数、偶数，

(4)质数、合数；

2. 分数、小数、百分数；

3. 比与比例；

4. 数轴与绝对值.

【本章比重】

本章约考 2 个题目，计 6 分。

第一节 实数

一. 整数和自然数

整数 Z：…，-2，-1，0，1，2，…

自然数 N：0，1，2，…

$$\text{整数Z}\begin{cases}\left.\begin{array}{l}\text{正整数}\boldsymbol{Z}^{+}\\ \text{零}\mathbf{0}\end{array}\right\}\text{自然数N(最小的自然数为0)}\\ \text{负整数}\boldsymbol{Z}^{-}\end{cases}$$

二. 质数和合数

质数（素数）：

如果一个大于 1 的正整数，只有 1 和它本身两个约数，那么这个正整数就叫做质数。

合数：

除了 1 和本身之外还有其他约数的正整数叫做合数。

【重要结论】

(1) 质数和合数都在正整数范围，且有无数多个

(2) 2 是唯一的既是质数又是偶数的整数，即是唯一的偶质数。大于 2 的质数必为奇数。质数中只有一个偶数 2，最小的质数为 2。

(3) 若质数 $p|a\cdot b$，则必有 $p|a$ 或 $p|b$。

(4) 若正整数 a、b 的积是质数 p，则必有 $a=p$ 或 $b=p$。

(5) 1 既不是质数也不是合数。

(6) 如果两个质数的和或差是奇数那么其中必有一个是 2，如果两个质数的积是偶数那么其中也必有一个是 2。

(7) 最小的合数为 4;

任何合数都可以分解为几个质数的积。能写成几个质数的积的正整数就是合数。

【例】20 以内的质数中，两个质数之和还是质数的共有几种？

(A)2　　(B)3　　(C)4　　(D)5　　(E)6

三. 整除、倍数、约数

数的整除：

当整数 a 除以非零整数 b，商正好是整数而无余数时，则称 a 能被 b 整除或 b 能整除 a.

倍数，约数：

当 a 能被 b 整除时，称 a 是 b 的倍数，b 是 a 的约数.

最小公倍数：

几个数公有的倍数叫做这几个数的公倍数，其中最小的一个叫做这几个数的最小公倍数.

最小公倍数的表示：

数学上常用方括号表示.如[12，18，20]即 12、18 和 20 的最小公倍数.

【例】三个数的和是 312，这三个数分别能被 7、8、9 整除，而且商相同.则最大的数与最小的数相差多少？

(A)18　　(B)20　　(C)22　　(D)24　　(E)26

最小公倍数的求法：

求几个自然数的最小公倍数，有两种方法：

（1）分解质因数法

先把这几个数分解质因数，再把它们一切公有的质因数和其中几个数公有的质因数以及每个数的独有的质因数全部连乘起来，所得的积就是它们的最小公倍数.

例如，求[12，18，20]，因为 12=22×3，18=2×32，20=22×5，其中三个数的公有的质因数为 2，两个数的公有质因数为 2 与 3，每个数独有的质因数为 5 与 3，所以，[12，18，20]=22×32×5=180.（可用短除法计算）

（2）公式法

由于两个数的乘积等于这两个数的最大公约数与最小公倍数的积.

例如，求[18，20]，即得[18，20]=18×20÷（18，20）=18×20÷2=180。

求几个自然数的最小公倍数，可以先求出其中两个数的最小公倍数，再求这个最小公倍数与第三个数的最小公倍数，依次求下去，直到最后一个为止。

【例 1】两个正整数甲数和乙数的最大公约数是 6，最小公倍数是 90.如果甲数是 18,那么乙数是 m，则 m 的各个数位之和为多少？

（A）2　　（B）3　　（C）4　　（D）5　　（E）6

【例 2】甲、乙、丙三人沿着 200 米的环形跑道跑步，甲跑完一圈要 1 分 30 秒，乙跑完一圈要 1 分 20 秒，丙跑完一圈要 1 分 12 秒.三人同时、同向、同地起跑，当三人第一次在出发点相遇时，甲、乙、丙三人各跑的圈数之和为多少？

（A）27　　（B）30　　（C）36　　（D）39　　（E）42

四. 奇数和偶数

偶数：能被 2 整除的整数叫做偶数（双数）。如-2，0，2，4，6，…

奇数：不能被 2 整除的整数叫做奇数（单数）。如-1，1，3，23，…

如果 n∈Z（Z 代表整数），那么 2n 是偶数，2n-1 或 2n+1 是奇数。

显然有：

$$\text{整数}\begin{cases}\text{奇数}:2n\pm1\\ \text{偶数}:2n\end{cases}$$

五. 奇数和偶数的运算性质

奇数偶数的运算性质

奇数±奇数=偶数，奇数±偶数=奇数，偶数±偶数=偶数；

奇数×奇数=奇数，奇数×偶数=偶数，偶数×偶数=偶数；

奇数的正整数次幂是奇数，偶数的正整数次幂是偶数；

【例】某人左右两手分别握了若干颗石子，左手中石子数乘 3 加上右手中石子数乘 4 之和为 29，则右手中石子数为

(A)奇数 (B)偶数 (C)质数 (D)合数 (E)以上结论均不正确

六. 整除的特征

能被 2 整除的数：个位为 0，2，4，6，8；

能被 3 整除的数：各数位数字之和必能被 3 整除；

能被 4 整除的数：末两位（个位和十位）数字必能被 4 整除；

能被 5 整除的数：个位为 0 或 5；

能被 6 整除的数：同时满足能被 2 和 3 整除的条件；

能被 8 整除的数：末三位（个位、十位和百位）数字必能被 8 整除；

能被 9 整除的数：各数位数字之和必能被 9 整除.

【例】有( )个四位数满足下列条件：它的各位数字都是奇数；它的各位数字互不相同；它的各位数字都能整除它本身.

(A)10 (B)7 (C)8 (D)5 (E)6

第二节 绝对值

一. 定义

正数的绝对值是它本身；负数的绝对值是它相反数；零的绝对值还是零。

【特征】绝对值只对负数起作用(变号)，对正数和零无影响。

二. 数学描述

实数 a 的绝对值定义为：

$$|a|=\begin{cases}a & (a\ge 0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$$

三. 绝对值的性质

非负性：即|a|≥0，任何实数 a 的绝对值非负。

知识扩展，推而广之，具有非负性的数还有：偶数次方（根式）

▲**考点规则：**若干个具有非负性质的数之和等于零时，则每个非负数应该为零；有限个非负数之和仍为非负数。

【例 1】已知$\left|x-y+1\right|+\left(2x-y\right)^2=0$，那么$\log_y x=$

（A）1　（B）0　（C）5　（D）16　（E）-1

【例 2】x,y,z满足条件$|x^2+4xy+5y^2|+\sqrt{z+\frac{1}{2}}=-2y-1$，则$\left(4x-10y\right)^z$等于

（A）1　（B）$\sqrt{2}$　（C）$\frac{\sqrt{2}}{6}$　（D）2　（E）$\frac{1}{2}$

【题型】对形如$\frac{|x|}{x}$或$\frac{x}{|x|}$的表达式的分析

【思路点拨】

根据公式$\frac{|x|}{x}=\frac{x}{|x|}=\begin{cases}1 & x>0\\ -1 & x<0\end{cases}$，进行求解分析

【例 1】已知$\frac{a}{|a|}+\frac{|b|}{b}+\frac{c}{|c|}=1$，则$\left(\frac{|abc|}{abc}\right)^{2015}\div\left(\frac{bc}{|ab|}\cdot\frac{ac}{|bc|}\cdot\frac{ab}{|ca|}\right)$的值为

（A）1　（B）-1　（C）±1　（D）$\frac{1}{3}$　（E）$\frac{1}{2}$

【例 2】若$\frac{x}{y}=3$，则$\frac{|x+y|}{x-y}$的值为

（A）2　（B）-2　（C）±2　（D）3　（E）±3

第三节 比和比例

一. 比:

两个数相除，又称为这两个数的比。

二. 比例:

相等的比称为比例，记作 a:b=c:d，其中 a 和 d 称为比例外项，b 和 c 称为比例内项。

三. 正比:

若 y=kx(k 不为零)，则称 y 与 x 成正比，k 称为比例系数。

【注意】并不是 x 和 y 同时增大或减小才称为正比。比如当 k<0 时，x 增大时，y 反而减小。

四. 反比:

若 y=k/x(k 不为零)，则称 y 与 x 成反比，k 称为比例系数。

【例 1】设 $\frac{1}{x}:\frac{1}{y}:\frac{1}{z}=4:5:6$ ，则使 $x+y+z=74$ 成立的 y 值是

(A)24　　(B)36　　(C) $\frac{74}{3}$　　(D) $\frac{37}{2}$　　(E) 26

【例 2】已知 $y=y_1-y_2$ ，且 y_1 与 $\frac{1}{2x^2}$ 成反比例. y_2 与 $\frac{3}{x+2}$ 成正比例. 当 $x=0$ 时，$y=-3$ ，又当 $x=1$ 时，$y=1$ ，那么 y 的 x 表达式是

(A) $y=\frac{3x^2}{2}-\frac{3}{x+2}$　　(B) $y=3x^2-\frac{6}{x+2}$　　(C) $y=3x^2+\frac{6}{x+2}$

(D) $y=-\frac{3x^2}{2}+\frac{3}{x+2}$　　(E) $y=-3x^2-\frac{3}{x+2}$

第四节 平均值

一．算术平均值：

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\ldots\ldots+x_n}{n}$$

二．几何平均值：

$$x_g=\sqrt[n]{x_1x_2\ldots\ldots x_n}$$

【注意】几何平均值是对于正数而言。

三．基本定理：

$$\frac{x_1+x_2+\ldots\ldots+x_n}{n}\geq\sqrt[n]{x_1x_2\ldots\ldots x_n}$$

【例 1】三个实数 1， $x-2$ 和 x 的几何平均值等于 4,5 和-3 的算术平均值，则 x 的值为

（A）－2 （B）4 （C）2 （D）－2 或 4 （E）2 或 4

【例 2】x,y 的算术平均值是 2，几何平均值也是 2，则 $\frac{1}{\sqrt{x}}$ 和 $\frac{1}{\sqrt{y}}$ 的几何平均值是

（A）2 （B） $\sqrt{2}$ （C） $\frac{\sqrt{2}}{3}$ （D） $\frac{\sqrt{2}}{2}$ （E） $\frac{1}{2}$

本次课重点总结

1. 质数、合数的性质及结论
2. 奇数、偶数的组合性质
3. 最小公倍数、最大公约数的求法及应用
4. 常见整除的特征(2,3,5,9)
5. 平均值的定义及定理

第二章 应用题

【大纲考点】

分数、小数、百分数，比与比例.

【考试比重】

本章考 6 个题目，计 18 分。

第一节 等量关系

一、利润问题

1. 利润=售价-进价；

$$\text{利润率}=\frac{\text{利润}}{\text{进价}}\times 100\%=\frac{\text{售价-进价}}{\text{进价}}\times 100\%=\left(\frac{\text{售价}}{\text{进价}}-1\right)\times 100\%$$

2. $\text{售价}=\text{进价}\times(1+\text{利润率})=\text{进价}+\text{利润}$

二、比、百分比、比例问题

1. $\text{变化率}=\frac{\text{变化量}}{\text{原来量}}\times 100\%$

【注意】变化率包括增长率和下降率两个.

2. **原值为a,增长p%,则现值=a(1+p%)**

原值为a,下降p%,则现值=a(1-p%)

【注意】一件商品先提价 p% 再降价 p%，或者先降价 p% 再提价 p%，回不到原价，应该比原价小，因为：$a(1-p\%)(1+p\%)<a$

3.恢复原值

原值先降 p%，再增 $\frac{p\%}{1-p\%}$ 才能恢复原值；

或者先增 p%，再降 $\frac{p\%}{1+p\%}$ 才能恢复原值.

【例 1】一公司向银行借款 34 万元，欲按 $\frac{1}{2}:\frac{1}{3}:\frac{1}{9}$ 的比例分配给下属甲、乙、丙三车间进行技术改造，则甲车间应得

（A）4 万元　（B）8 万元　（C）12 万元

（D）18 万元　（ E ）17 万

【例 2】奖金发给甲、乙、丙、丁四人，其中 1/5 发给甲，1/3 发给乙，发给丙的奖金数正好是甲，乙奖金之差的 3 倍，已知发给丁的奖金为 200 元，则这批奖金当为：

（A） 1500 元　（B） 2000 元

（C） 2500 元　（D）3000 元　（E）3300 元

【例 3】某工厂人员由技术人员、行政人员和工人组成，共有男职工 420 人，是女职工的 $1\frac{1}{3}$ 倍，其中行政人员占全体职工的 20%，技术人员比工人少 $\frac{1}{25}$，那么该工厂有工人

（A）200 人　（B）250 人　（C）300 人　（D）350 人　（E）400 人

【例 4】家中父亲体重与儿子体重的比，恰等于母亲体重与女儿体重的比。已知父亲的体重与儿子体重之和为 125 公斤，母亲体重与女儿体重之和为 100 公斤、儿子比女儿重 10 公斤，那么儿子的体重是

(A)40 公斤　(B)50 公斤　(C)55 公斤　(D)60 公斤　(E)65 公斤

三、浓度问题

1. 溶液=溶质+溶剂 ；

2. 重要等量关系

(1)浓度不变准则：

将溶液分成若干份，每份的浓度相等，都等于原来溶液的浓度；将溶液倒掉一部分后，剩余溶液的浓度与原溶液的浓度相等.

(2)物质守恒准则：

物质(无论是溶质、溶剂，还是溶液)不会增多也不会减少，前后都是守恒的.

3.重要命题思路

(1)“稀释”问题：特点是加溶剂，溶质不变，以溶质为基准进行求解.

(2)“浓缩”问题：也称“蒸发”问题，特点是减少溶剂，溶质不变，以溶质为基准进行求解.

(3)“加浓”问题：特点是增加溶质，溶剂不变，以溶剂为基准进行求解.

(4)“混合”问题：用两种或多种溶液混合在一起，采用溶质或溶剂质量守恒分析，也可利用杠杆原理分析.

【例 1】要从含盐 12.5%的盐水 40 千克中蒸去多少水分才能制出含盐 20%的盐水？

(A)15 (B)16 (C)17 (D)18 (E)12

【例 2】有含盐 8%的盐水 40 千克，要配制成含盐 20%的盐水，须加盐多少千克？

(A)5 (B)6 (C)7 (D)8 (E)4

【例 3】把甲杯子含盐 5%的食盐水与乙杯子含盐 8%的食盐水混合制成含盐 6%的食盐水 600 克，则乙比甲多取多少千克?

(A)200 (B)250 (C)260 (D)300 (E)320

第二节 重点题型

一、工程问题

1. 工作量 s、工作效率 v、工作时间 t 三者的关系：

工作量=工作效率×工作时间（$s=v\times t$）；工作时间=$\dfrac{工作量}{工作效率}$（$t=\dfrac{s}{v}$）；

工作效率=$\dfrac{工作量}{工作时间}$（$v=\dfrac{s}{t}$）

2. 重要说明

工作量：对于一个题，工作量往往是一定的，可以将总的工作量看做“1”.

工作效率：合作时，总的效率等于各效率的代数和.

【例 1】空水槽设有甲、乙、丙三个水管，甲管 5 分钟可注满水槽，乙管 30 分钟可注满

水槽，丙管 15 分钟可把满槽水放完.若三管齐开，2 分钟后关上乙管，问水槽放满时，甲管共开放了多久?

（A）4 分钟　（B）5 分钟　（C）6 分钟

（D）7 分钟　（E）8 分钟

【例 2】一项工程由甲、乙两合作 30 天可完成. 甲队单独做 24 天后，乙队加入，两队合作 10 天后，甲队调走，乙队继续做了 17 天才完成. 若这项工程由甲队单独做，则需要

（A）60 天　（B）70 天　（C）80 天

（D）90 天　（E）100 天

二、路程问题（与工程问题相似）

1.路程 s、速度 v、时间 t 之间的关系：

$s = vt, t = \frac{s}{v}, v = \frac{s}{t}$

2.对于直线型的路程问题：

(1)相遇

$S_{相遇} = S_1 + S_2 = v_1t + v_2t = (v_1 + v_2)t$

(2)追赶

$S_{追及} = S_1 - S_2 = v_1t - v_2t = (v_1 - v_2)t$

3.顺水、逆水问题：

$v_{顺水} = v_{船} + v_{水}$； $v_{逆水} = v_{船} - v_{水}$

4.相对速度

（两个物体运动时，可将一个作为参照物，看成相对静止的）

同向运动： $v_{同向} = v_1 - v_2$

相向运动： $v_{相向} = v_1 + v_2$

例题

【例 1】A、B 两地相距 15 公里，甲中午 12 时从 A 地出发，步行前往 B 地，20 分钟后乙从 B 地出发骑车前往 A 地，到达 A 地后乙停留 40 分钟后骑车从原路返回，结果甲、乙

同时到达 B 地. 若乙骑车比甲步行每小时快 10 公里，则两人同时到达 B 地的时间为

(A)下午 2 时　　(B)下午 2 时半　　(C)下午 3 时

(D)下午 3 时半　　(E)下午 4 时

【例 2】在一条与铁路平行的公路上有一行人与一骑车人同向行进，行人速度为 3.6 千米/小时，骑车人速度为 10.8 千米/小时. 如果一列火车从他们的后面同向匀速驶来，它通过行人的时间是 22 秒，通过骑车人的时间是 26 秒，则这列火车的车身长为多少米？

（A）186　　（B）268　　（C）168

（D）286　　（E）188

【例 3】两艘游艇，静水中甲艇每小时行 3.3 千米，乙艇每小时行 2.1 千米. 现在两游艇于同一时刻相向出发，甲艇从下游上行，乙艇从相距 27 千米的上游下行，两艇于途中相遇后，又经过 4 小时，甲艇到达乙艇的出发地. 水流速度是每小时多少千米.

(A)0.1　　(B)0.2　　(C)0.3

(D)0.4　　(E)0.5

第三节 延伸题型

一、杠杆原理-交叉法

【思路点拨】

当一个整体按照某个标准分为两类时，根据杠杆原理得到一种巧妙的方法，即是交叉法。该方法现上下分列出每部分的数值，然后与整体数值相减，减得的两个数值的最简整数比就代表每部分的数量比.

【例 1】公司有职工 50 人，理论知识考核平均成绩为 81 分，按成绩将公司职工分为优秀与非优秀两类，优秀职工的平均成绩为 90 分，非优秀职工的平均成绩是 75 分，则非优秀职工的人数为：

（A）30 人　　（B）25 人　　（C）20 人

（D）22 人　　（E）24 人

【例 2】甲乙两组射手打靶，乙组平均成绩为 171.6 环，比甲组平均成绩高出 30%，而甲组人数比乙组人数多 20%，则甲、乙两组射手的总平均成绩是

（A）140 分　（B）145.5 分　（C）150 分

（D）158.5 分　（E）160 分

【例 3】某班同学在一次测验中，平均成绩为 75 分，其中男同学人数比女同学多 80%，而女同学平均成绩比男同学高 20%，则女同学的平均成绩为

（A）83 分　（B）84 分　（C）85 分

（D）86 分　（E）88 分

二、年龄问题

年龄问题的特点有两个，一个是年龄的差值恒定；另一个是年龄同步增长.

【注意】

年龄要选好参照年份；如果年龄计算得到矛盾，看看几年前是否还未出生，因为出生后才对年龄有影响。

【例 1】哥哥 5 年前的年龄等于 7 年后弟弟的年龄，哥哥 4 年后的年龄与弟弟 3 年前的年龄和是 35 岁，求哥哥今年的年龄？

（A）22　（B）23　（C）24　（D）25　（E）26

【例 2】今年王先生的年龄是他父亲年龄的一半，他父亲的年龄又是他儿子的 15 倍，两年后他们三人的年龄之和恰好是 100 岁，那么王先生今年的岁数是

(A)40　(B)50　(C)20　(D)30　(E)45

【例 3】甲对乙说“我在你这个岁数时，你则 4 岁”，乙对甲说“我到你这个岁数时，你已经退休 7 年了”，设退休年龄为 60 岁，则甲现在是

(A)44 岁　(B)45 岁　(C)46 岁　(D)48 岁　(E)50 岁

三、植树问题

【例 1】一条长为 1200m 的道路的一边每隔 30m 已经挖好坑植树，后又改为每隔 25m 植树.则需要新挖坑 k 个，需要填上 n 个，则下列正确的为

(A)k=41　(B)k=39　(C)n=30　(D)n=31　(E)n=32

【例 2】周长为 1200m 的花园每隔 30m 已经挖好坑植树，后又改为每隔 25m 植树.则需要新挖坑 k 个，需要填上 n 个，则下列正确的为

(A)k=41　(B)k=39　(C)n=30　(D)n=31　(E)n=32

【例 3】一块三角地，在三个边上植树，三个边的长度分别为 156 米、186 米、234 米，树与树之间的距离均为 6 米，三个角上都必须栽一棵树，问共需植树多少棵?

(A)90 棵　　(B)93 棵　　(C)96 棵　　(D)99 棵　　(E)100 棵

【例 4】果农将一块平整的正方形土地分割为四块小土地，并将果树均匀整齐地种在土地的所有边界上，且在每块土地的四个角上都种上一棵果树，该果农未经细算就购买了 60 颗果树，如果仍按上述想法种植，那他至少多买了(　　)果树.

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)3　　(E)4

四、还原问题

【思路点拨】

遇到“余下的 n/m 又 k 个”，最好从后往前倒着计算，否则直接计算运算量很大.

【例 1】一堆西瓜，第一次卖出总数的 1/4 又 6 个，第二次卖出余下的 1/3 又 4 个，第三次卖出余下的 1/2 又 3 个，恰好卖完. 问这堆西瓜原有多少个？

(A)21　　(B)24　　(C)28　　(D)30　　(E)32

本次课重点总结

1. 比例、百分比、变化率、利润率

2. 工程问题

3. 路程问题

4. 浓度问题

5. 杠杆交叉比例法

第三章　整式、分式和函数

【大纲考点】

1. 整式 (1)整式及其运算，(2)整式的因式与因式分解；

2. 分式及其运算；

3. 函数　(1)集合，(2)指数函数、对数函数.

【考试比重】

本章占 2 个考题，计 6 分

考试要点剖析—基本定义

1．单项式

2．多项式

3．整式

4．分式

5．最简分式

6．有理式

第一节 整式

一、整式的定义

单项式和多项式统称为整式。

（1）单项式

数字与字母的积，如$3x^2$

（2）多项式

几个单项式的和叫做多项式.

二、整式的除法

因式定理

$\boldsymbol{f(x)}$含有$\boldsymbol{(ax-b)}$因式$\Leftrightarrow \boldsymbol{f(x)}$能被$\boldsymbol{(ax-b)}$整除$\Leftrightarrow \boldsymbol{f(\frac{b}{a})}=0$

$\boldsymbol{f(x)}$含有$\boldsymbol{(x-a)}$因式$\Leftrightarrow \boldsymbol{f(x)}$能被$\boldsymbol{(x-a)}$整除$\Leftrightarrow \boldsymbol{f(a)=0}$

三、分解因式

（1）概念

把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫分解因式

（2）基本方法

运用公式法；分组分解法；

十字相乘法；双十字相乘法.

（3）**一般步骤：**一提二套三分组.

四、题型精讲

【题型 1】乘法公式

【思路点拨】乘法公式是在多项式乘法的基础上，将一般法则应用于特殊形式的多项式相乘，得出的既有特殊性、又有实用性的具体结论，在代数式的化简求值、恒等变形等方面有广泛的应用. 在学习乘法公式时，做到以下几点：

1. 熟悉每个公式的结构特征，理解掌握公式；
2. 根据待求式的特点，模仿套用公式；
3. 对公式中字母的全面理解，灵活运用公式；
4. 既能正用、又可逆用且能适当变形或重新组合，综合运用公式. 乘法公式常用的变形有：

$$a^2+b^2=(a\pm b)^2\mp 2ab$$

$$ab=\frac{(a+b)^2-(a^2+b^2)}{2}=\frac{(a^2+b^2)-(a-b)^2}{2}$$

$$(a+b)^2-(a-b)^2=4ab\ (a+b)^2+(a-b)^2=2a^2+2b^2$$

$$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ac)$$

【例 1】如果 $a^2+b^2+2c^2+2ac-2bc=0$，则 $a+b$ 的值是

$(A)0$　　$(B)1$　　$(C)-1$　　$(D)-2$　　$(E)2$

【例 2】若 $3(a^2+b^2+c^2)=(a+b+c)^2$，则 a、b、c 三者的关系为

$(A)a+b=b+c$　　$(B)a+b+c=1$　　$(C)a=b=c$

$(D)ab=bc=ac$　　$(E)abc=1$

【例 3】已知 $x^2-3x+1=0$，则 $\left|x-\frac{1}{x}\right|=$

(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) 1 (D) 2 (E) $\sqrt{5}$

【例 4】已知 x、y 满足 $x^2+y^2+\frac{5}{4}=2x+y$， 求代数式 $\frac{xy}{x+y}$ 的值.

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$

【例 5】已知 $(2000-a)(1998-a)=1999$，那么 $(2000-a)^2+(1998-a)^2=$

(A) 4002 (B) 4012 (C) 4022 (D) 4020 (E) 4000

【例 6】若 x,y,z 为实数，设 $A=x^2-2y+\frac{\pi}{2}$，$B=y^2-2z+\frac{\pi}{3}$，$C=z^2-2x+\frac{\pi}{6}$，则在 A，B，C 中

(A) 至少有一个大于零 (B) 至少有一个小于零 (C) 都大于零

(D) 都小于零 (E) 至少有两个大于零

【题型 2】完全平方式

【思路点拨】

完全平方式是平方公式的特殊应用，主要借助平方公式来找到系数关系，求出未知参数.

【例 7】已知 $x^2-x+a-3$ 是一个完全平方式，求 a 的值.

(A) $3\frac{1}{4}$ (B) $2\frac{1}{4}$ (C) $1\frac{1}{4}$ (D) $3\frac{3}{4}$ (E) $2\frac{3}{4}$

【例 8】若 $4x^4-ax^3+bx^2-40x+16$ 是完全平方式，则 ab 等于

（A）820 或 180 （B）-820 或-180

（C）820 或-180 （D）-820 或 180

（E）±820 或±180

【题型 3】因式定理及因式分解

【例 9】若 $x^2+xy+y=14$，$y^2+xy+x=28$，则 $x+y$ 的值为

(A)6 或-7　　(B)6 或 7　　(C)-6 或-7　　(D)-6 或 7　　(E)6

【例 10】已知多项式 $f\left(x\right)=x^3+a^2x^2+ax-1$ 能被 $x+1$ 整除， 则实数 a 的值为

（A）2 或-1　（B）2　　（C)-1　　（D）±2　　（E）±1

第二节 分式

一、分式的基本性质

<table>
<tr><td rowspan="5">分式基本性质</td><td colspan="2">性质</td><td>分式的分子与分母都乘以(或除以)同一个不为零的整式,分式的值不变</td></tr>
<tr><td colspan="2">表示</td><td>$\frac{A}{B}=\frac{AM}{BM}$, $\frac{A}{B}=\frac{A\div M}{B\div M}$(M 为不等于零的整式)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">应用</td><td>符号法则</td><td>分子、分母与分式本身的符号,改变其中任何两个,分式的值不变
$\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$, $\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$</td></tr>
<tr><td>约分</td><td>把一个分式的分子与分母的所有公因式约去叫做约分</td></tr>
<tr><td>通分</td><td>把几个异分母的分式分别化成与原本的分式相等的同分母的分式叫做通分</td></tr>
</table>

二、分式的运算

分式运算	加减法则	同分母：同分母的分式相加减，把分式的分子相加减，分母不变 $\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$
		异分母：异分母的分式相加减，先通分变为同分母的分式，然后再加减
	乘法法则	分式乘以分式，用分子的积做积的分子，分母的积做积的分母 $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$
	除法法则	分式除以分式，把除式的分子、分母颠倒位置后，与被除式相乘 $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$
	乘方法则	分式的乘方，把分式的分子、分母各自乘方 $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$
	繁分式	1. 可以利用除法法则进行运算 2. 可以用分式的基本性质化简繁分式

三、题型精讲

【题型 1】表达式化简计算

【思路点拨】 表达式的化简计算主要包括根号的化简变形、分子分母的约分化简、多项求和的裂项抵消化简等.

【例 1】已知 $x=2+\sqrt{3}$，$y=2-\sqrt{3}$，求 $(x+\frac{1}{y})(y+\frac{1}{x})$ 的值.

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4　　(E) 0

【例 2】$\frac{(2\times5+2)(4\times7+2)(6\times9+2)(8\times11+2)...(2014\times2017+2)}{(1\times4+2)(3\times6+2)(5\times8+2)(7\times10+2)...(2013\times2016+2)}$ 的值为

(A) 1002　　(B) 1008　　(C) 1028　　(D) 988　　(E) 968

【例 3】$\frac{2015^3-2\times2015^2-2013}{2015^3+2015^2-2016}$ 的值为

(A) $\frac{2003}{2015}$　(B) $\frac{2003}{2016}$　(C) $\frac{2002}{2015}$　(D) $\frac{2005}{2016}$　(E) $\frac{2001}{2016}$

【例 4】化简 $\frac{1}{x^2+3x+2}+\frac{1}{x^2+5x+6}+\frac{1}{x^2+7x+12}+\cdots\cdots+\frac{1}{x^2+201x+10100}$

(A) $\frac{100}{(x-1)(x-101)}$ (B) $\frac{100}{(x+1)(x-101)}$ (C) $\frac{100}{(x+1)(x+101)}$

(D) $\frac{100}{(x-1)(x+101)}$ (E) $\frac{101}{(x-1)(x+101)}$

第三节 函数

一、指数函数及对数函数

1. 指数和对数运算公式

指数公式：

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $a^m / a^n = a^{m-n}$

$(a^m)^n = a^{mn}$ $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

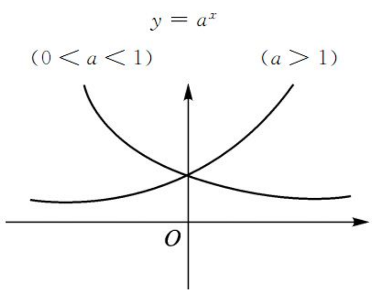
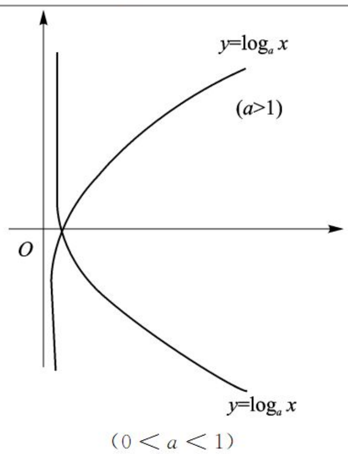
对数公式：

$\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ $\log_a b - \log_a c = \log_a b/c$

$\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m}\log_a b$ $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

二、指数和对数的图像及性质

名　称	指数函数	对数函数
表达式	$y=a^x(a>0,a\neq 1)$	$y=\log_a x(a>0,a\neq 1)$
图像		
性质	(1)定义域:R; (2)值域:$(0,+\infty)$; (3)恒过点$(0,1)$; (4)当$a>1$时,在R上是增函数; 当$0<a<1$时,在R上是减函数	(1)定义域:$(0,+\infty)$; (2)值域:R; (3)恒过点$(1,0)$; (4)当$a>1$时,在$(0,+\infty)$上是增函数; 当$0<a<1$时,在$(0,+\infty)$上是减函数
关系	$y=a^x$与$y=\log_a x$互为反函数,两者图像关于$y=x$对称	

三、题型精讲

【题型 1】指数的计算

【思路点拨】指数的核心在于两点：一个是指数基本公式的应用；另一个是转化形式，比如统一底数或指数，然后进行比较大小.

【例 1】若$\boldsymbol{a}=3^{555},\boldsymbol{b}=4^{444},\boldsymbol{c}=5^{333}$， 则$a,b,c$的大小关系是

(A)$a>b>c$　(B)$b>c>a$　(C)　$b>a>c$　(D)$c>b>a$　(E)　$a>c>b$

【例 2】已知$3^x+3^{-x}=4$，则27^x+27^{-x}的值是

(A)64　(B)60　(C)52　(D)48　(E)36

【题型 2】对数的计算

【思路点拨】对数是指数的逆运算，两者可以结合起来记忆.

【例 3】已知$25^x=2000$，$80^y=2000$，　则$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$等于

(A)2 (B)1 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$ (E)3

【例 4】设 $a=\pi^{0.3}, b=\log_{\pi}3, c=3^{0}$，则 a,b,c 的大小关系是

(A) $a>b>c$ (B) $b>c>a$ (C) $b>a>c$ (D) $a>c>b$ (E) $c>b>a$

【例 5】若 $\log_a 2<\log_b 2<0$，则

(A) $0<a<b<1$ (B) $0<b<a<1$ (C) $a>b>1$

(D) $b>a>1$ (E) $b>1>a$

【例 6】已知 lg(x＋y)＋lg(2x＋3y)－lg3=lg4＋lgx＋lgy. 求 x∶y 的 值.

(A)2 或 $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ 或 3 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{2}$ (E) 3

第四节 集合

一、集合的分类

有限集：含有有限个元素的集合。

无限集：含有无限个元素的集合。

规　　定：空集是不含任何元素的集合

二、常用数集及记法

非负整数集(自然数集):全体非负整数的集合，记作 N。

正整数集：非负整数集内排除 0 的集，记作 N*。

整数集：全体整数的集合，记作 Z。

有理数集：全体有理数的集合，记作 Q。

实数集：全体实数的集合，记作 R。

第四章 方程和不等式

【大纲考点】

1．一元二次函数及其图像；

2．代数方程

(1)一元一次方程，(2)一元二次方程，(3)二元一次方程组；

2．不等式

(1)不等式的性质，(2)均值不等式，(3)不等式求解：一元一次不等式(组)，一元二次不等式，简单绝对值不等式，简单分式不等式.

【考试地位】

本章考 2 个题目，计 6 分.

第一节 方程

一、方程与方程的解

（1）含有未知数的等式叫做方程，方程中的未知数称为元。使方程成立的未知数的值叫做方程的解，一元方程的解也叫做方程的根。

（2）求方程的解或者确定方程无解的过程叫做解方程。

（3）组成方程组的所有方程的公共解，叫做方程组的解。

二、方程的元和次

所谓“几元”是指方程中含有几种未知数，“次”是指方程中未知数的最高次数。

三、一元一次方程

只含有一个未知数，且未知数的最高次数是 1 的方程，称为一元一次方程，其一般形式为：$ax=b(a\neq 0)$ ，方程的解为$x=\dfrac{b}{a}$。

四、一元二次方程

只含有一个未知数，且未知数的最高次数是 2 的方程，称为一元二次方程，其标准形式为：$ax^2+bx+c=0,(a\neq 0)$

令$\Delta=b^2-4ac$，则：

（1）当$\Delta>0$时，方程有两个不相等实根；

（2）当 $\Delta=0$ 时，方程有两个相等实根；

（3）当$\Delta<0$时，方程无实根。

由于在判断一元二次方程的解的三种情况时的重要作用，称为一元二次方程根的判别式。

五.一元二次方程$ax^2+bx+c=0,(a\neq0)$的解法

（1）因式分解法（十字相乘法）

（2）求根公式法：当$\Delta>0$时，$x_1,x_2=\dfrac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

六、一元二次方程$ax^2+bx+c=0,(a\neq0)$的根与二次函数$y=ax^2+bx+c$图像的关系

（1）二次函数$y=ax^2+bx+c$的图像是一条抛物线，它的对称轴为

$(-\dfrac{b}{2a},\dfrac{4ac-b^2}{4a})$，顶点坐标为$x=-\dfrac{b}{2a}$，当$a>0$时开口向上，当$a<0$时开口向下。

（2）如果一元二次方程$ax^2+bx+c=0,(a\neq0)$的根为x_1, x_2，则二次函数

$y=ax^2+bx+c$的图像与 x 轴交于点$(x_1,0),(x_2,0)$

七、一元二次方程的根与系数的关系----韦达定理

若x_1,x_2是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0,(a\neq0)$的根，则必$x_1+x_2=-\dfrac{b}{a},x_1x_2=\dfrac{c}{a}$，反之亦然。

八、韦达定理的应用

$(1)\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}$

$(2)\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}=\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{(x_1x_2)^2}$

$(3)|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$(4)x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$

$(5)x_1^4+x_2^4=(x_1^2+x_2^2)^2-2(x_1x_2)^2$

九、二元一次方程组

二元一次方程组的形式是$\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$，如果 $a_1b_2-a_2b_1\neq 0$ ，

则方程组有唯一解(x,y).

十、题型精讲

【题型 1】一次方程(组)

【思路点拨】对于方程组，最常考的是二元一次方程组和三元一次方程组，尤其在解应用题时，应用更广泛.

【例 1】

若关于 x，y 的二元一次方程组$\begin{cases}x+y=5k\\x-y=9k\end{cases}$的解也是二元一次方程$2x+3y=6$的解，则 k 的值为

(A) $-\frac{3}{4}$　(B) $\frac{3}{4}$　(C) $\frac{4}{3}$　(D) $-\frac{4}{3}$　(E) 1

【例 2】

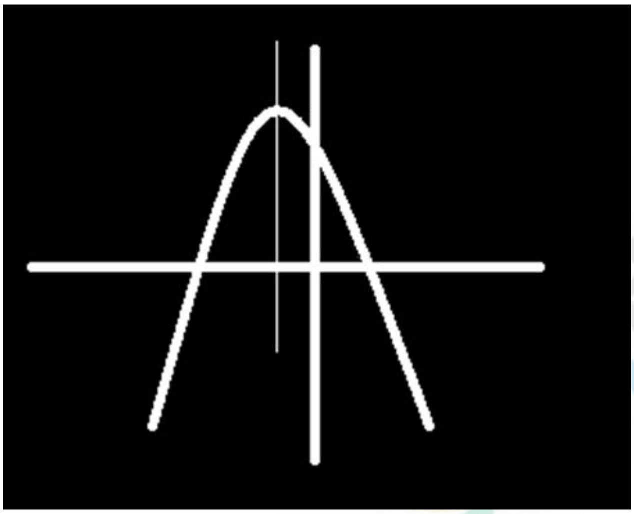
解方程组$\begin{cases}2^{x+3}+9^{y+1}=35\\8^{\frac{x}{3}}+3^{2y+1}=5\end{cases}$，求 xy 的值

(A) $-\frac{3}{4}$　　(B) $\frac{3}{4}$　　(C) 1　　(D) $-\frac{4}{3}$　　(E) -1

【题型 2】抛物线

【思路点拨】主要掌握两方面的技能：一方面根据抛物线的图像来分析系数的符号；另一方面告知系数的符号，能够画出抛物线，并能判断所经
过的象限.

【例 3】已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像如下图



所示，则 a,b,c 满足

(A) $a<0,b<0,c>0$

(B) $a<0,b<0,c<0$

(C) $a<0,b>0,c>0$

(D) $a>0,b<0,c>0$

(E) $a>0,b>0,c>0$

【例 4】已知函数 $y=x^2-4ax$，当 $1\le x\le 3$ 时，是单调递增的函数，则 a 的取值范围是

(A) $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$　(B) $(-\infty,1]$　(C) $\left[\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$　(D) $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$　(E) $\left(-\infty,\frac{3}{2}\right)$

【例 5】若 $A\left(-\frac{25}{4},y_1\right)$， $B\left(-\frac{5}{4},y_2\right)$， $C\left(\frac{1}{4},y_3\right)$为抛物线$y=x^2+4x-5$上的三点，则$y_1,y_2,y_3$的大小关系是

(A) $y_1<y_2<y_3$ (B) $y_2<y_3<y_1$ (C) $y_3<y_1<y_2$

(D) $y_1<y_3<y_2$ (E) $y_3<y_2<y_1$

【例 6】设$-1\le x\le 1$，函数$f\left(x\right)=x^2+ax+3$，当$0<a<2$时，则

(A) $f\left(x\right)$最大值是 $4+a$ ，最小值$3-\frac{a^2}{4}$

(B) $f\left(x\right)$最大值是 $4+a$ ，最小值 $4-a$

(C) $f\left(x\right)$最大值是 $4-a$ ，最小值 $4+a$

(D) $f\left(x\right)$最大值是$4+a$，最小值 $\frac{5}{4}a^2+3$

(E) $f\left(x\right)$最大值是$\frac{5}{4}a^2+3$，最小值 $4+a$

【题型 3】韦达定理

【例 7】解某个一元二次方程，甲看错了常数项，解得两根为 8 和 2，乙看错了一次项，两根－9 和－1，正确解为（ ）

（A）－8 和－2 （B）1 和 9 （C）－1 和 9 （D）3 和－3 （E）－1 和－9

【例 8】若方程$3x^2-8x+a=0$的两个实数根x_1,x_2，若$\frac{1}{x_1},\frac{1}{x_2}$的算术平均值为 2，则 a 的值为

$(A)-2$ $(B)-1$ $(C)1$ $(D)\frac{1}{2}$ $(E)2$

【例 9】若方程$x^2+px+37=0$恰好有两个正整数解x_1和x_2，则$\frac{(x_1+1)(x_2+1)}{p}$的值

$(A)-2$ (B)-1 $(C)-\frac{1}{2}$ $(D)1$ $(E)2$

【例 10】x_1,x_2 是方程 $x^2-(k-2)x+(k^2+3k+5)=0$ 的两实根，则 $x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}$ 的最大值是（　　）

（A）16　　（B）19　　（C）$\frac{14}{3}$　　（D）18　　（E）2

【题型 4】无理方程

【思路点拨】 解无理方程，一般通过方程两边同时乘方，使之转　化为有理方程，从而求出方程的解。注意：解无理方程时，由于方程两边乘方相同次数，未知数的取值范围可能会扩大，有产生增根的可能。因此，最后必须进行验根。

【例 11】无理方程 $\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-3}=2$ 的所有实根之积为

(A)12　　(B)14　　(C)48　　(D)36　　(E)24

【题型 5】解分式方程

【思路点拨】1．分式方程的解法

2．分式方程的增根问题：

⑴ 增根的产生　　⑵ 验根

【例 12】分式方程 $\frac{2x^2-2}{x-1}+\frac{6x-6}{x^2-1}=7$ 有几个实根？

(A)0　　(B)1　　(C)2　　(D)3　　(E)4

【例 13】已知关于 x 的方程 $\frac{1}{x^2-x}+\frac{k-5}{x^2+x}=\frac{k-1}{x^2-1}$ 无解，那么 k=

(A) 3 或 6　　(B) 6 或 9　　(C) 3 或 9　　(D)3 、6 或 9　　(E) 1 或 3

第二节 不等式

不等式的定义：

把两个解析式用不等号连接起来就构成不等式，使不等式成立的未知数的值称为不等式的解。

（不等号包括　$>,<,\geq,\leq,\neq$　五种）

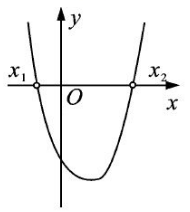
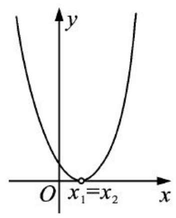
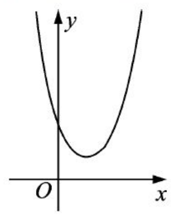
一、一元一次不等式

含有一个未知数且未知数的最高次数为一次的不等式叫做一元一次不等式。一般形式为$ax+b>0,(a\neq 0)$，其解集可 根据不等式基本性质直接求出。

二、一元二次不等式

$ax^2+bx+c>0\left(a>0\right)$,解集为$x<x_1$或$x>x_2\left(x_1<x_2\right)$,即取两边；
$ax^2+bx+c<0\left(a>0\right)$,解集为$x_1<x<x_2\left(x_1<x_2\right)$,即取中间；

三、抛物线、方程、不等式的关系

类　别	$\Delta>0$	$\Delta=0$	$\Delta<0$
二次函数 $y=ax^2+bx+c$ （$a>0$）的图像	$y=ax^2+bx+c$ 	$y=ax^2+bx+c$ 	$y=ax^2+bx+c$ 
一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ （$a>0$）的根	有两相异实根 $x_1,x_2(x_1<x_2)$	有两相等实根 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$	无实根
$ax^2+bx+c>0$ （$a>0$）的解集	$\{x\mid x<x_1$ 或 $x>x_2\}$	$\left\{x\,\middle\vert\, x\neq-\dfrac{b}{2a}\right\}$	R
$ax^2+bx+c<0$ （$a>0$）的解集	$\{x\mid x_1<x<x_2\}$	$\varnothing$	$\varnothing$

四、不等式的基本性质

（1）传递性：

（2）同向相加性：

（3）同向皆正相乘性：

（4）皆正倒数性：

（5）皆正乘（开）方性：

五、含绝对值的不等式

解含绝对值的不等式有两种思路：

（1）脱绝对值法

（2）平方法

六、高次不等式

$f(x)>0 \Rightarrow (x-x_1)^{r_1}(x-x_2)^{r_2}\cdots(x-x_p)^{r_p}>0$,先找到$f(x)=0$的所有根，利用穿线法进行求解。

【注意】

（1）最高次项的系数一定为正，才可以从数轴右上角　开始；

（2）传线原则是奇穿偶不穿.

七、题型精讲

【题型 1】一元一次(二次)不等式(组)

【思路点拨】解出每一个不等式，根据交集的情况得到不等式组的解集.

【例 1】不等式组$\begin{cases} x-1<a^2 \\ x-4>2a \end{cases}$，有解，则实数 a 的取值范围是

(A) $-1 \le a \le 3$　(B)　$a \le -1$或$a \ge 3$　(C)　$a<-1$或　$a>3$

(D) $-1<a<3$　(E)　$a \le -3$或　$a \ge 1$

【例 2】不等式组$\begin{cases} x-2(x-3)>4 \\ \dfrac{x}{3}-(x-2)>6 \end{cases}$中，包含几个非负整数解？

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3　(E) 无数个

【例 3】若使函数$f(x)=\dfrac{\lg(2x^2+5x-12)}{\sqrt{x^2-3}}$有意义，则 x 的取值范围包括几个正整数？

(A) 0　(B) 1　(C) 2　(D) 3　(E) 无数个

【题型 2】分式不等式

【思路点拨】遇到分式不等式，当不确定分母的符号时，不要轻 易去掉分母，

而应该通过移项通分合并求解. 另外，还应该注意分母要有意义。

【例 4】不等式$\frac{2x-1}{x-1}>\frac{x+3}{x+1}$的解集中包含几个质数？

(A)0 个　(B)1 个　(C)2 个　(D)4 个　(E)无数个

【例 5】$b<a$ 时，不等式$\frac{x-a}{x-b}>1$的解是

(A) $\{x\mid x<b\}$　(B) $\{x\mid x>b\}$　(C) $\{x\mid x>a\}$

(D) $\{x\mid x<a\}$　(E) 以上均不正确

【例 6】如果 x 满足$\frac{x-1}{3x-2}<0$，化简$\sqrt{4-12x+9x^2}-\sqrt{x^2-2x+1}$ 的结果是

(A)$2x-1$　(B)$1-2x$　(C)$3-4x$　(D)$4x-3$

(E)以上均不正确

【例 7】若 $a>0$，$b>0$，则不等式$-b<\frac{1}{x}<a$ 等价于

(A) $-\frac{1}{b}<x<0$ 或 $0<x<\frac{1}{a}$　(B) $-\frac{1}{a}<x<\frac{1}{b}$　(C) $x<-\frac{1}{a}$或 $x>\frac{1}{b}$

(D) $x<-\frac{1}{b}$或$x>\frac{1}{a}$　(E)以上均不正确

第五章 数列

【大纲考点】

数列、等差数列、等比数列.

【考试比重】

本章考 2 个题目，计 6 分

第一节 数列的基本概念

一、 数列概念

基本定义：

（1）数列：按一定次序排列的一列数叫做数列。

一般形式为：$a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n,\cdots$,简记为$\{a_n\}$

这里a_n叫做该数列的通项。

（2）通项公式： $a_n=f(n)$

（3）前项和 $S_n:S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n=\sum_{i=1}^{n}a_i$

a_n与 S_n的关系：

$$a_n=\begin{cases}S_1,(n=1)\\S_n-S_{n-1},(n\geq 2)\end{cases}$$

第二节 等差数列

一、等差数列

一般地，如果一个数列从第 2 项起，每一项与它前一项的差等于同一个常数，这个数列就叫做等差数列，这个常数叫做公差，常用字母 d 表示。

即$a_{n+1}-a_n=d,(n=1,2,3,\cdots)$

等差数列通项公式：

$$a_n=a_1+(n-1)d=a_m+(n-m)d$$

等差数列前n项和S_n：（倒序相加法）

$$S_n=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=na_1+\frac{1}{2}n(n-1)d=\frac{d}{2}n^2+\left(a_1-\frac{d}{2}\right)n$$

常用的性质：

(1)若 $m+n=k+t$ ，则 $a_m+a_n=a_k+a_t$

(2) a,b,c成为等差数列$\Leftrightarrow 2b=a+c$（称 b 为 a 和 c 的等差中项）

(3) $\{a_n\}$是等差数列，则$\{a_n\}$中等距的三项也成等差数列；

(4) $\{a_n\}$是等差数列，S_n为其前n项和， 则$S_n, S_{2n}-S_n, S_{3n}-S_{2n}, \cdots$,仍为等差数列

二、题型精讲

【题型 1】等差数列

【思路点拨】主要掌握等差数列的定义、元素特征、求和公式以及通项公式.

【例 1】在-12 和 6 之间插入 n 个数，使这 n+2 个数组成和为-21 的等差数列，则 n 为

(A)4　(B)5　(C)6　(D)7　(E) 8

【例 2】在等差数列 $\{a_n\}$ 中$a_4=9, a_9=-6$,则满足$S_n=54$的所有 n 的值为

(A)4 或 9　(B)4　(C)9　(D)3 或 8　(E) 8

【例 3】设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，如果 $a_2=9, S_4=40$ ，求常数 c，使数列$\{\sqrt{S_n+c}\}$成等差数列.

(A)4 或 9　(B)4　(C)9　(D)3　(E) 8

第三节 等比数列

一、等比数列

一般地,如果一个数列从第 2 项起,每一项与它的前一项的比等于一个非零常数，那么这个数列就叫做等比数列，这个常数叫做公比；公比通常用字母q表示$(q\neq 0)$，即$\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=q,(q\neq 0)$

注意：等比数列中任何一个元素均不为 0

等比数列通项公式:

$a_n = a_1 q^{n-1} = a_k q^{n-k}$

等比数列前n项和S_n：（注意错位相减法）

(1)当$q=1$时，$S_n = na_1$

(2)当$q \neq 1$时，$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{a_1 - a_n q}{1-q}$

(3)当公比 q 的绝对值 $|q|<1$ 时，称该数列为无穷递缩等比数列，它的所有项的和$S_n = \frac{a_1}{1-q}$

常用的性质：

(1)若$m+n=k+t$，则 $a_m \cdot a_n = a_k \cdot a_t$

(2)a,b,c成为等比差列 $\Leftrightarrow b^2 = ac$ （称 b 为 a 和 c 的等比中项）

(3)$\{a_n\}$是等比数列，则$\{a_n\}$中等距的三项也成等比数列；

(4)$\{a_n\}$是等比数列，S_n为其前n项和，

则 $S_n, S_{2n}-S_n, S_{3n}-S_{2n}, \cdots,$ 仍为等比数列

二、题型精讲

【题型 1】等比数列

【思路点拨】主要掌握等比数列的定义、元素特征、求和公式以及通项公式.

【例 1】等比数列$\{a_n\}$中的$a_5+a_1=34, a_5-a_1=30$，那么 a_3 等于

(A)5　　(B)-5　　(C)-8　　(D)8　　(E) ± 9

【例 2】若$\{a_n\}$是等比数列，下面四个命题中

①数列$\{a_n^2\}$也是等比数列　②数列$\{a_{2n}\}$也是等比数列

③数列$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$也是等比数列 ④数列$\left\{|a_n|\right\}$也是等比数列

正确命题的个数是

(A)1 个　　(B)2 个　　(C)3 个　　(D)4 个　　（E）0 个

【例 3】等比数列$\{a_n\}$的前n项和等于 2，紧接在后面的$2n$项和等于 12，再紧接其后的 $3n$ 项和为S，则 S 等于

(A)112　　(B)112 或-378　　(C)-112 或 378　　(D) -378　　（E）-112

【题型 2】等差数列和等比数列

【思路点拨】本类问题将等差和等比数列结合出题，考察两者的性质，属于综合题目。

【例 4】已知数列$\{a_n\}$的公差 $d \neq 0$ ，且a_1, a_3, a_9成等比数列，则$\frac{a_1+a_3+a_9}{a_2+a_4+a_{10}}$为

(A) $\frac{9}{10}$　　(B) 4　　(C)-4　　(D) $\frac{13}{16}$　　（E）无法确定

【例 5】设α, β是方程$x^2+28x+36=0$的两根，则α与β的等差中项 A 和等比中项 G 分别等于

(A) $A=14, G=6$　　(B) $A=-14, G=\pm 6$　　(C) $A=14, G=36$

(D) $A=-14, G=\pm 36$　　（E） $A=14, G=\pm 6$

【例 6】已知 a、b、c 既成等差又成等比设α，β 是方程$ax^2+bx-c=0$的两根，且$\alpha>\beta$，求$\alpha^3\beta-\alpha\beta^3$

(A) $\sqrt{2}$　　(B) $\sqrt{5}$　　(C) $2\sqrt{2}$　　(D) $2\sqrt{5}$　　（E）无法确定

【例 7】如果数列 $x, a_1, a_2, a_3, \cdots, a_m, y$ 和$x, b_1, b_2, b_3, \cdots, b_n, y$ 数列都是等差数列，则 (a_2-a_1)与 (b_4-b_2) 的比值为

(A) $\frac{n}{2m}$ (B) $\frac{n+1}{2m}$ (C) $\frac{n+1}{2(m+1)}$ (D) $\frac{n+1}{m+1}$ (E) $\frac{n+1}{m+1}$

【例 8】四个数，前三个数成等差数列，它们的和为 12，后三个数成等比数列，它们的和是 19，则这四个数之积为

(A)432 或-18000 (B)-432 或 18000 (C)-432 或-18000

(D)432 或 18000 (E)以上都不正确

【题型 3】特殊数列求和

【思路点拨】采用对通项裂项，进而采用相消求和法．这是分解与组合思想在数列求和中的具体应用．裂项法的实质是将数列中的每项（通项）分解，然后重新组合，使之能消去一些项，最终达到求和的目的．通项分解（裂项）如：

$$a_n=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$$

【例 9】 在数列 $\{a_n\}$ 中， $a_n=\frac{1}{n+1}+\frac{2}{n+1}+\cdots+\frac{n}{n+1}$，又 $b_n=\frac{2}{a_n\cdot a_{n+1}}$ ，

求数列 $\{b_n\}$ 的前 99 项的和.

【例 10】数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$，

若前 n 项的和为 10, 则项数 n=

(A)119 (B)120 (C)121 (D)122 (E) 124

【例 11】求 $1+11+111+\cdots+\underbrace{111\cdots1}_{n个1}$ 之和.

【题型 4】数列与方程结合命题

【例 12】已知方程 $x^2+3x=0$ 的一个根是某等差数列的公差，另一根为此数列的首项，且此等差数列的 a_4 是 a_3, a_5 的比例中项，求 a_n 的前 100 项之和.

(A)-320 (B)200 (C)-200 (D)300 (E) -300

本次课重点总结

1. 数列的通项与求和的关系式
2. 等差数列的通项与求和公式
3. 等比数列的通项与求和公式
4. 数列的性质

第六章 几何

第一节 平面几何

【大纲考点】

平面图形：三角形，四边形(矩形、平行四边形、梯形)，圆与扇形.

一、平行直线

1. 一直线和平行线夹的角

同位角相等；

内错角相等；

同旁内角互补.

2. 直线被一组平行线截得的线段成比例

二、三角形

1. 三角形的角

内角之和为 180°；外角等于不相邻的两个内角之和.

2. 三边关系

任意两边之和大于第三边；任意两边之差小于第三边 .

3. 面积公式

$$S=\frac{1}{2}ah=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}=\frac{1}{2}ab\sin C$$

$p=\frac{1}{2}(a+b+c)$

4. 特殊三角形（直角、等腰、等边）

(1)直角三角形

勾股定理：$\boldsymbol{a^2+b^2=c^2}$

常用的勾股数

(3, 4, 5)；(6, 8, 10)；(5, 12, 13)；(7, 24, 25)；(8, 15, 17)

等腰直角三角形的三边之比: $1:1:\sqrt{2}$

内角为 30°、60°，90° 的直角三角形三边之比：$1:\sqrt{3}:2$

(2)等边三角形：

等边三角形的高：$h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

等边三角形的面积：$S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

5. 三角形的全等、相似

三角形的全等，数学语言表达就是两个三角形等价，这样的两个三角形具有相同的边长、角、面积等.

全等的判断

相似的判断：主要判断两个三角形的内角相等

相似的结论：

（1）相似三角形（相似图形）对应边的比相等（即为相似比）.

（2）相似三角形（相似图形）的高、中线、角平分线的比也等于相似比.

（3）相似三角形（相似图形）的周长比等于相似比

（4）相似三角形（相似图形）的面积比等于相似比的平方

三、四边形

1. 平行四边形

平行四边形两边长是 a、b，以 a 为底边的高为 h，面积为 S=ah，周长 C=2(a+b).

2. 矩形（正方形）

矩形两边长为 a、b，面积为 S=ab，周长 C=2(a+b)，对角线 $l=\sqrt{a^2+b^2}$

3. 菱形

四边边长均为 a，以 a 为底边的高为 h，面积 $S=ah=\frac{1}{2}l_1l_2$，

其中 l_1、l_2 分别为对角线的长，周长为 C=4a.

4. 梯形

上底为 a，下底为 b，高为 h，中位线 $l=\frac{1}{2}(a+b)$，面积为

$S=\frac{1}{2}(a+b)h$.

四、圆

1. 角的弧度

把圆弧长度和半径的比值称为对一个圆周角的弧度.

度与弧度的换算关系：1 弧度 $=\frac{180°}{\pi}$，$1°=\frac{\pi}{180}$ 弧度

几个常用的角：

角度	30°	45°	60°	90°	120°	180°	360°
弧度	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	2π

2. 圆

圆的圆心为 O，半径为 r，则周长为 $C=2\pi r$，面积是 $S=\pi r^2$

五、扇形

1. 扇形弧长

$l=r\theta=\frac{\alpha°}{360^0}\times 2\pi r$，其中 θ 为扇形角的弧度数，α 为扇形角的角度，r 为扇形半径.

2. 扇形面积

$S=\frac{\alpha°}{360°}\times\pi r^2=\frac{1}{2}lr$，α 为扇形角的角度，r 为扇形半径.

六、正多边形

一般多边形的内角和（凸多边形）：$(n-2)\cdot 180°$ ，其中 n 为多边形的边数.

一般多边形的面积计算：连接各顶点和多边形中心，分解为 n 个三角形，有

$S_{多}=\sum_{i=1}^{n}S_i$

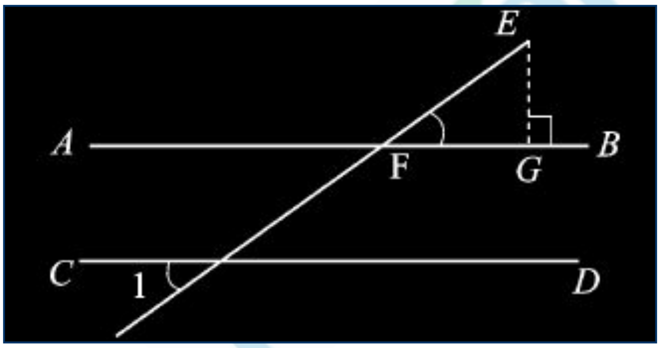
第二节 平面几何题型精讲（一）

【题型 1】求角度

【思路点拨】掌握并灵活应用平行线、特殊三角形、特殊四边形及圆的性质，并能快速看出各图形之间的关系.

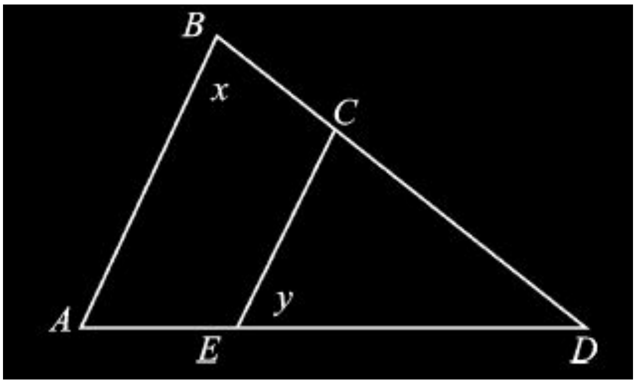
【例 1】如图，AB//CD，EG 垂直于 AB ，垂足为 G，若 $\angle 1=50°$，则 $\angle E=$

(A)30° (B)40° (C)50° (D)60° (E)75°



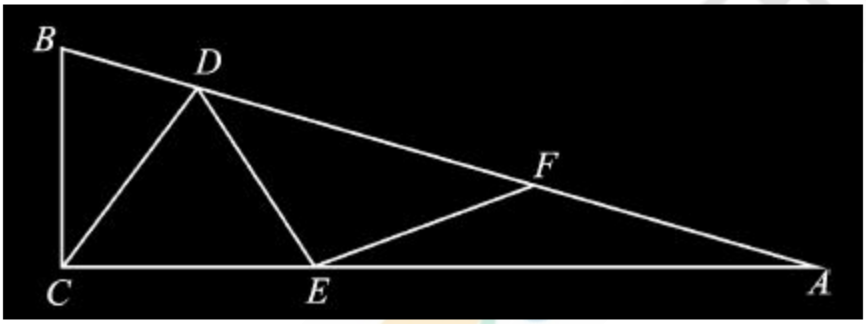
【例 2】在图形中若 $AB//CE$， $CE=DE$，且 $y=45°$，则 $x=$

(A) 45° (B) 60° (C) 67.5° (D)112.5° (E)135°



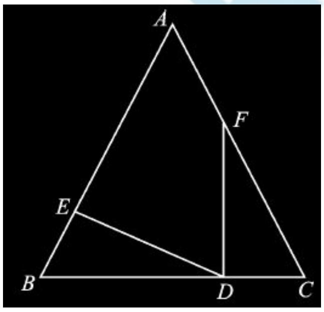
【例 3】如图如图，直角ΔABC中 $\angle C$为直角，点 E 和 D、F 分别在直角边 AC 和斜边 AB 上，且 AF=FE=ED=DC=CB ，则 $\angle A=$

(A) $\frac{\pi}{8}$ （B） $\frac{\pi}{9}$ （C） $\frac{\pi}{10}$ （D） $\frac{\pi}{11}$ (E)无法计算



【例 4】如图，已知$\triangle ABC$ 中，AB=AC，D 为 BC 边上一点，BE=CD，CF=BD，那么

(A) $180^0-\angle A$ （B） $90^0-\angle A$ （C） $90^0-\frac{1}{2}\angle A$ (D) $90^0+\frac{1}{2}\angle A$ (E) $45^0-\frac{1}{2}\angle A$

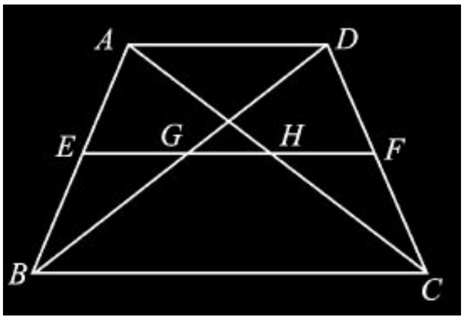


【题型 2】求长度

【思路点拨】主要掌握基本图形的长度求解，尤其利用三角形三边关系、全等及相似，对角线的性质，圆的相关定理进行解题

【例 5】如图所示，梯形 ABCD 中，$AD//BC$，中位线 EF 分别与 BD，AC 交于点 G，H，若 AD=6，BC=12，则 GH=

(A)3　(B)4　(C)2　(D)1.5　(E)2.5



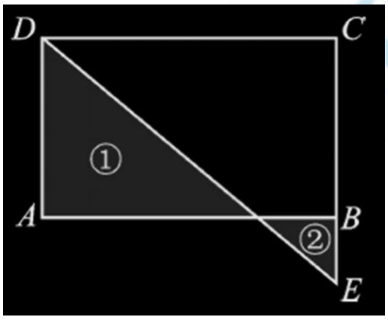
【例 6】等腰梯形的两底长分别为 a，b，且对角线互相垂直，它的一条对角线长是

(A) $\frac{\sqrt{2}}{2}(a+b)$　(B) $\sqrt{2}(a+b)$　(C) $\frac{1}{2}(a+b)$

(D) $(a+b)$　(E) $\frac{\sqrt{2}}{3}(a+b)$

【例 7】如图，长方形 ABCD 的长是 10，宽是 6，阴影部分①的面积比阴影部分②的面积大 10，则 BE 的长为（　）.

(A)3.5　(B)4　(C)4.5　(D)5　(E)6



【题型 3】三角形的全等、相似

【思路点拨】首先掌握全等与相似的判断准则，当两个三角形相似时，面积之比等于相似比的平方.

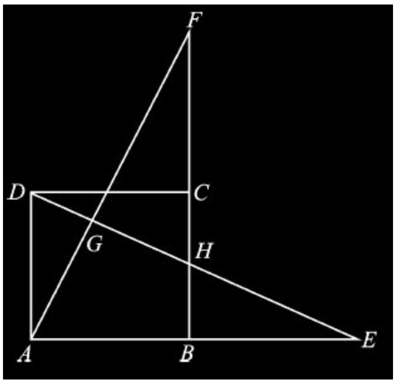
【例 8】设 ΔABC和$\Delta A'B'C'$相似，且$\frac{AB}{A'B'}=\frac{2}{3}$，若$\Delta ABC$的面积是a−1，则$\Delta A'B'C'$

的面积是 a+1，那么 a 的值为

(A)2.6　　(B)3　　(C)3.6　　(D)4　　(E)6

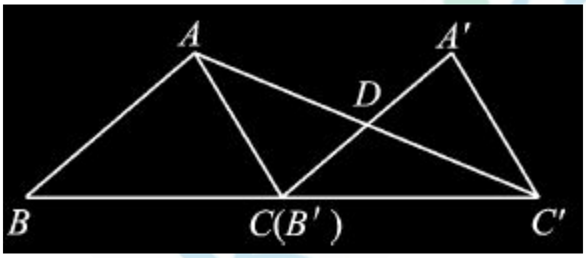
【例 9】正方形 ABCD 边长为 1，延长 AB 到 E，延长 BC 到 F，使得 BE=CF=1，DE 分别和 BC，AF 交于 H，G . 如图所示，则四边形 ABHG 的面积为

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{11}{20}$ (C) $\frac{9}{20}$ (D) $\frac{10}{21}$ (E) $\frac{11}{21}$



【例 10】如图，已知△ABC 的面积为 36，将△ABC 沿 BC 平移到△A’B’C’，使 B’和 C 重合，连接 AC’，交 A’D 于 D，则△C’DC 的面积为

(A)6　　(B)9　　(C)12　　(D)18　　(E)24



第三节 平面几何题型精讲（二）

【题型 4】判断三角形的形状

【思路点拨】主要借助三角形的内角关系以及三边关系所满足的条件，结合三角形的性质进行判断三角形的形状. 重点掌握等边三角形、等腰三角形、直角三角形、等腰直角三角形的特征.

【例 11】△ABC 的三边 a，b，c 适合 $1+\frac{b}{c}=\frac{b+c}{b+c-a}$，则此三角形是

(A)以 a 为腰的等腰三角形　　(B)以 a 为底的等腰三角形

(C)等边三角形　　(D)直角三角形

(E)钝角三角形

【例 12】△ABC 的三边为 a、b、c，且满足 $4a^2+4b^2+13c^2-8ac-12bc=0$，则△ABC 是

(A)直角三角形　　(B)等腰三角形　　(C)等边三角形

(D)等腰直角三角形　　(E)以上都不对

【题型 5】基本图形的面积

【思路点拨】主要掌握常见图形基本面积的计算方法，因为复杂的图形都可以拆解出若干个基本的图形，所以只要把基本的计算面积方法掌握好，其他复杂的求解面积也就很好分析了.

【例 13】Rt△ABC 中，$\angle C=90^0,\angle A=15^0,BC=1,$ 则△ABC 的面积为

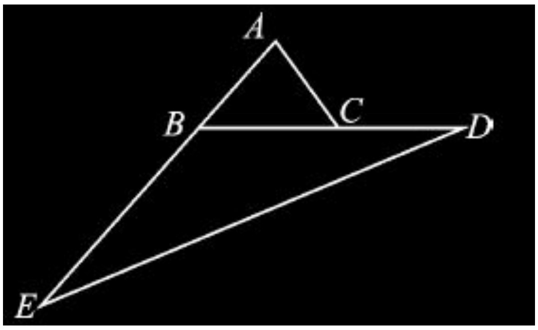
(A) $\sqrt{2}+1$　(B) $\sqrt{2}$　(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$　(D) $\sqrt{3}$　(E)1

【例 14】已知等腰直角三角形 ABC 中 BC 为斜边，周长为 $2\sqrt{2}+4$，△BCD 为等边三角形，则△BCD 的面积为

(A) $2\sqrt{2}$　(B) $4\sqrt{3}$　(C) 6　(D) $2\sqrt{3}$　(E) $5\sqrt{3}$

【例 15】如图所示，已知△ABC 的面积为 1，BE=2AB，BC=CD，则△BDE 的面积等于

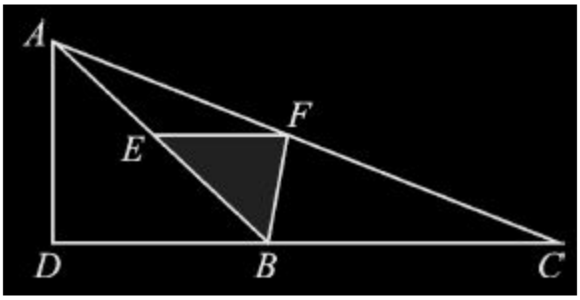
(A)3　(B)4　(C)3.5　(D)4.5　(E)6



【例 16】如图所示，在△ABC 中，$AD\perp BC$ 于 D，BC=10，AD=8，E，F 分别为

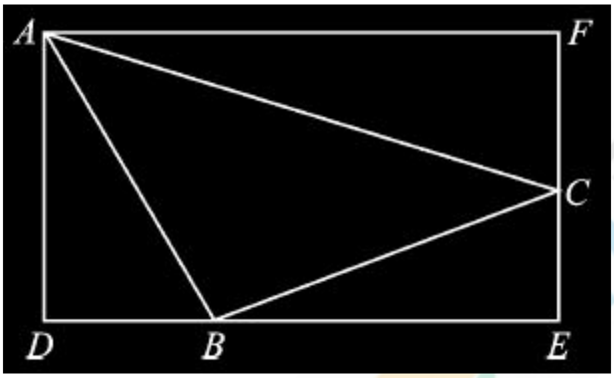
AB 和 AC 的中点，那么三角形 EBF 的面积等于（　　）.

(A)6　　(B)7　　(C)8　　(D)9　　(E)10



【例 17】如图，矩形 ADEF 的面积等于 16，△ADB 的面积等于 3，△ABCF 的面积等于 4，那么△ABC 的面积等于

(A)6　　(B)7　　(C)8.5　　(D)6.5　　(E)7.5



【例 18】一个等腰梯形，底角为 45°，上底为 8，下底为 12，此梯形的面积等于

(A)20　　(B)19　　(C)18　　(D)16　　(E)14

【例 19】顺次连接任意四边形各边中点所得的四边形与原四边形面积之比是

(A)1：2　　(B)1：4　　(C) $1:\sqrt{2}$　　(D)1：3　　(E)1：8

本次课重点总结

1.基本图形的面积公式

2.三角形的性质、相似

3.组合图形的面积计算

第四节 解析几何

【大纲考点】

1. 平面直角坐标系；

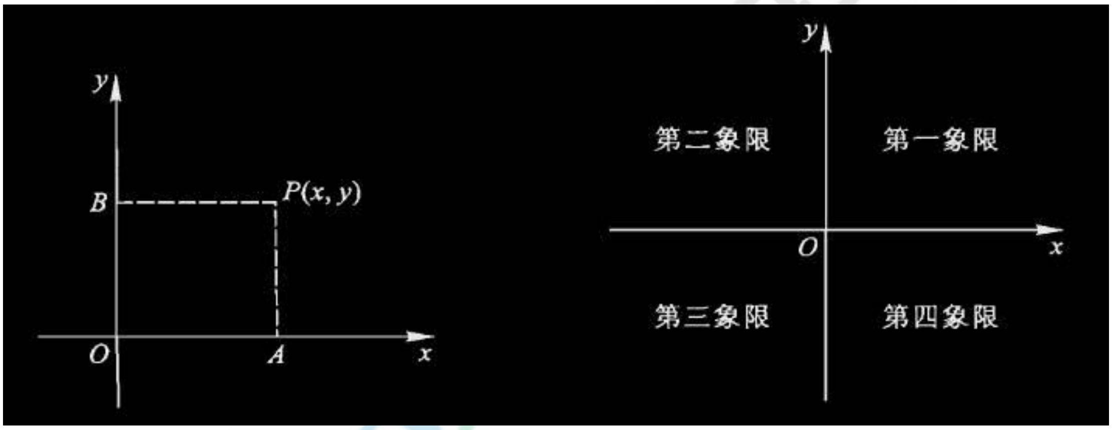
2. 直线方程与圆的方程；

3. 两点间距离公式与点到直线的距离公式.

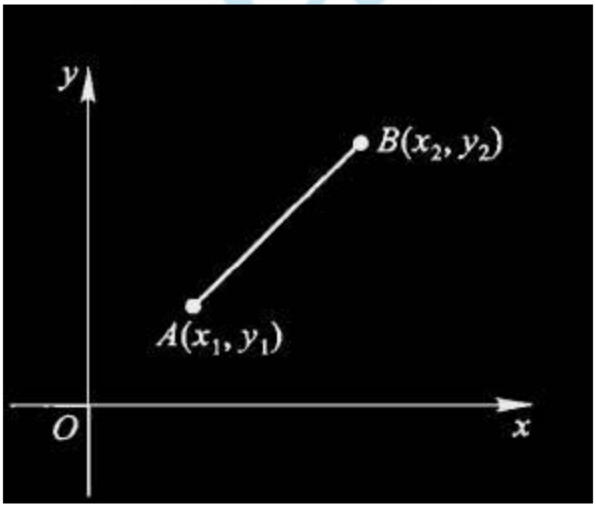
一、平面直角坐标系

1. 点

点在平面直角坐标系中的表示：$P(x,y)$



两点 $A(x_1,y_1)$ 与 $B(x_2,y_2)$ 之间的距离：$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$



2. 线段的定比分点

设 A，B 是两个不同点，它们的坐标依次为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，P 是线段 AB 上的一

点，并且分 AB 的定比为λ（$\overline{AH}=\lambda\overline{HB}$），

则 P 的坐标为：$\left(\dfrac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda},\dfrac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}\right)$

【注意】中点坐标公式：两点与的中点坐标为 ：$\left(\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2}\right)$

二、平面直线

1. 直线的倾斜角和斜率

（1）**倾斜角**:直线与 x 轴正方向所成的夹角，称为倾斜角，记为α． 其中要求 $\alpha\in[0,\pi)$

（2）**斜率**：倾斜角的正切值为斜率，记为 $k=\tan\alpha\ \left(\alpha\neq\dfrac{\pi}{2}\right)$

（3）**两点斜率公式**：设直线 l 上有两个点 $P_1(x_1,y_1),P_2(x_2,y_2)$，则

$$k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x_1\neq x_2)$$

2. 直线方程的几种形式

(1)点斜式：

过点 $P(x_0,y_0)$，斜率为 k 的直线方程为 $y-y_0=k(x-x_0)$

(2)斜截式：

斜率为 k，在 y 轴上的截距为 b（即过点 $P_0(0,b)$）的直线方程为 $y=kx+b$

(3)两点式：

过两个点 $P_1(x_1,y_1),P_2(x_2,y_2)$ 的直线方程为 $\dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}(x_1\neq x_2 y_1\neq y_2)$

(4)截距式：

在 x 轴上的截距为 a（即过点 $P_1(a,0)$），在 y 轴上的截距为 b（即过点 $P_0(0,b)$）的直线方程为 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1(a\neq 0,b\neq 0)$

(5)一般式：

$ax+by+c=0$ （a，b 不全为零）.

3. 两条直线的位置关系

位置关系	斜截式 l_1：$y=k_1x+b_1$，l_2：$y=k_2x+b_2$	一般式 l_1：$a_1x+b_1y+c_1=0$，l_2：$a_2x+b_2y+c_2=0$
平行	$k_1=k_2,b_1\neq b_2$	$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}$
相交	$k_1\neq k_2$	$\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}$
垂直 （相交的特殊情况）	$k_1k_2=-1$	$\frac{a_1}{b_1}\cdot\frac{a_2}{b_2}=-1\Leftrightarrow a_1a_2+b_1b_2=0$

【注意】两条直线的交点求解方法：若直线 l_1： $a_2x+b_2y+c_2=0$， l_2： $a_1x+b_1y+c_1=0$ 相交，则它们的交点坐标为方程组 $\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1=0\\a_2x+b_2y+c_2=0\end{cases}$ (I) 的唯一一个实数解.

三、圆

1. 圆的方程

（1）标准方程

当圆心为 (x_0,y_0)，半径为 r 时，圆的标准方程为 $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$

特别的，当圆心在原点（0，0）时，圆的标准方程为 $x^2+y^2=r^2$

（2）一般方程：

$x^2+y^2+ax+by+c=0$

配方后得到：$\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+\left(y+\frac{b}{2}\right)^2=\frac{a^2+b^2-4c}{4}$，要求 $a^2+b^2-4c>0$

圆心坐标 $\left(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2}\right)$，半径 $r=\frac{\sqrt{a^2+b^2-4c}}{2}>0$

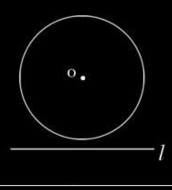
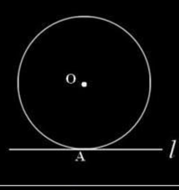
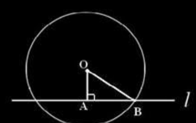
2. 点和圆的关系

点 $P(x_p, y_p)$，圆 $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$

$$(x_p-x_0)^2+(y_p-y_0)^2\begin{cases}<r^2,\text{点在圆内}\\=r^2,\text{点在圆上}\\>r^2,\text{点在圆外}\end{cases}$$

3. 直线和圆的关系

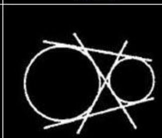
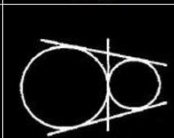
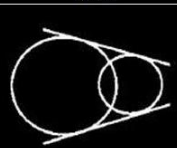
直线 l：$y=kx+b$；圆 O：$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$； d 为圆心 (x_0,y_0) 到直线 l 的距离

位置关系		相离	相切	相交
图形				
成立条件	几何	$d>r$	$d=r$	$d<r$
	代数	方程组 $\begin{cases}y=kx+b\\(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2\end{cases}$ 无实根，即 $\Delta<0$	方程组 $\begin{cases}y=kx+b\\(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2\end{cases}$，有两个相等的实根，即 $\Delta=0$	方程组 $\begin{cases}y=kx+b\\(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2\end{cases}$ 有两个不等的实根，即 $\Delta>0$

4. 圆和圆的关系

圆 O_1： $(x-x_1)^2+(y-y_1)^2=r_1^2$；圆 O_2： $(x-x_2)^2+(y-y_2)^2=r_2^2$（不妨设 $r_1>r_2$）；

d 为圆心 (x_1,y_1) 与 (x_2,y_2) 的圆心距.

两圆位置关系	外离	外切	相交	内切	内含
图形					
成立条件（几何）	$d>r_1+r_2$	$d=r_1+r_2$	$r_1-r_2<d<r_1+r_2$	$d=r_1-r_2$	$d<r_1-r_2$
内公切线条数	2	1	0	0	0
外公切线条数	2	2	2	1	0

第五节 解析几何题型精讲

【题型 1】中点坐标公式

【例 1】已知三个点 A(x,5)，B(-2,y)，C(1,1)，,若点 C 是线段 AB 的中点,则

（A）x=4, y=-3　　（B）x=0, y=3　　（C）x=0, y=-3

（D）x=-4, y=-3　　（E）x=3, y=-4

【题型 2】距离

【思路点拨】解析几何中的距离公式主要包括两点距离公式、点到直线距离、两平行线距离公式.

【例 2】已知线段 AB 的长为 12，点 A 的坐标是(-4,8)，点 B 横纵坐标相等，则点 B 的坐标为

（A）(-4, -4)　　（B）(8, 8)　　（C）(4, 4)或(8, 8)

（D）(-4, -4)或(8, 8)　　（E）(4, 4)或(-8, -8)

【例 3】已知点 C(2,-3)，M(1,2)，N(-1,-5)，则点 C 到直线 MN 的距离等于

（A）$\frac{17\sqrt{53}}{53}$　（B）$\frac{17\sqrt{55}}{55}$　（C）$\frac{19\sqrt{53}}{53}$　（D）$\frac{18\sqrt{53}}{53}$　（E）不能确定

【例 4】正三角形 ABC 的两个顶点，则另一个顶点的坐标是

（A）$(8,0)$　　（B）$(-8,0)$　　（C）$(-1,3\sqrt{3})$

（D）$(8,0)$或$(-1,3\sqrt{3})$　　（E）$(6,0)$或$(-1,3\sqrt{3})$

【例 5】点 A(3,4)、B(2,-1)到直线 y=kx 的距离之比为 1:2

（1）$k=\frac{9}{4}$　（2）$k=\frac{7}{8}$

【题型 3】判断图像的形状、性质

【思路点拨】掌握各常见图形的几何性质及判定方法，包括几何判定与代数式的判定.

【例 6】直线 l $ax+by+c=0$ 必不通过第三象限.

（1） $ac\le 0,bc<0$ （2） $ab>0,c<0$

【例 7】方程 $x^2+y^2+4mx-2y+5m=0$ 表示圆的充分必要条件是

（A） $\frac{1}{4}<m<1$ （B） $m<\frac{1}{4}$ 或 $m>1$ （C） $m<\frac{1}{4}$

（D） $m>1$ （E） $1<m<4$

【题型 4】解析几何面积

【思路点拨】解析几何要先根据所给的方程或表达式画出图像，然后借助平面几何的知识来求解面积.

【例 8】由曲线 $|x|+|y|=1$ 所围成的平面图形的面积是

（A） 1 （B） $\sqrt{2}$ （C） 2 （D） $\sqrt{3}$ （E） $2\sqrt{2}$

【例 9】由曲线 $|x|+|2y|=4$ 所围图形的面积为

(A)12 (B)14 (C)16 (D)18 (E)8

【例 10】与两坐标轴围成的三角形面积为 2，且在两个坐标轴上的截距之差的绝对值为 3 的直线有几条？

(A)1 （B） 2 （C） 3 （D） 4 （E） 不确定

【例 11】过点 M(-1,1)，N(1,3)，圆心在 x 轴上的圆的方程为

（A） $x^2+y^2-4y+2=0$ （B） $x^2+y^2-4y+6=0$

（C ） $x^2+y^2+4y+2=0$ （D） $x^2+y^2-4y+6=0$

（E） $x^2+y^2-4x-6=0$

【题型 5】直线与直线的位置关系

【思路点拨】直线与直线的位置关系重点掌握垂直的判断，两条直线垂直不要忘记水平和竖直的特殊情况.

【例 12】 $(m+2)x+3my+1=0$ 与 $(m-2)x+(m+2)y-3=0$ 相互垂直

（1） $m=\frac{1}{2}$ （2） $m=-2$

【例 13】已知定点 A(2,-3)，B(-3,-2)，直线 L 过点 P(1,1)且与线段 AB 相交，则直线 L 的斜率的取值范围是

（A） $k\geq\frac{3}{4}$或$k\leq-4$ （B） $-4\leq k\leq\frac{3}{4}$ （C） $k\geq\frac{3}{4}$或$k\leq-\frac{1}{4}$

（D） $-\frac{3}{4}\leq k\leq 4$ （E） $k\leq-\frac{3}{4}$或$k\geq 4$

本次课重点总结

1. 直线与圆的方程
2. 直线与圆的位置关系
3. 两圆的位置关系

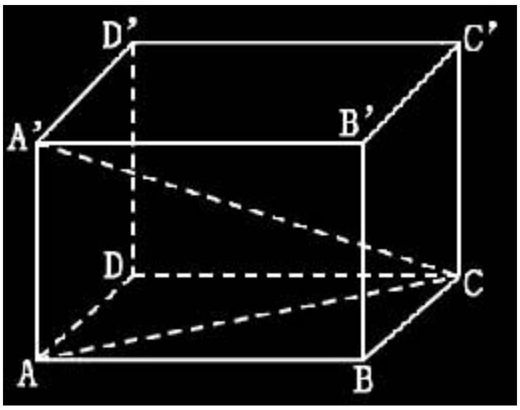
第六节 立体几何

【大纲考点】

空间几何体：长方体、柱体、球体

一、长方体

设 3 条相邻的棱边长是 a，b，c.



1. 全面积： $F=2\left(ab+bc+ac\right)$

2. 体积： $V=abc$

3. 体对角线： $d=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

4. 所有棱长和: $l=4\left(a+b+c\right)$

当 a=b=c 时的长方体称为正方体，且有: $S_{全}=6a^2$， $V=a^3$， $d=\sqrt{3}a$

二、柱体

1. 柱体的分类

圆柱：底面为圆的柱体称为圆柱.

棱柱：底面为多边形的柱体称为棱柱，底面为 n 边形的就称为 n 棱柱.

2. 柱体的一般公式

无论是圆柱还是棱柱，侧面展开图均为矩形，其中一边长为底面的周长，另一边为柱体的高.

侧面积： $S=$底面周长$\times$高 （展开矩形的面积）.

体积： $V=$底面积$\times$高

3. 对于圆柱的公式

设高为 h ，底面半径为 r .

体积： $V=\pi r^2 h$

侧面积： $S=2\pi rh$ （其侧面展开图为一个长为 2πr ，宽为 h 的长方形）.

全面积： $F=S_{侧}+2S_{底}=2\pi rh+2\pi r^2$

三、球体

设球的半径为 r

1. 球的表面积： $S=4\pi r^2$

2. 球的体积： $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3$

四、题型精讲

【题型 1】长方体(正方体)

【例 1】长方体的三条棱的比是 3：2：1，表面积是 88，则最长的一条棱等于

(A)8　　(B)11　　(C)12　　(D)14　　(E)6

【例 2】长方体的 3 个侧面的面积分别为：$2cm^2$，$6cm^2$，$3cm^2$，求长方体的体积

(A)4 cm^3　　(B)$5cm^3$　(C)$6cm^3$　(D)$7.5cm^3$　(E) $9cm^3$

【例 3】已知某正方体的体对角线长为 a，那么这个正方体的全面积是

（A）$2\sqrt{2}a^2$（B）$2a^2$（C）$2\sqrt{3}a^2$（D）$3\sqrt{2}a^2$（E）$3a^2$

【例 4】长方体的体对角线长为$\sqrt{14}$，全面积为 22，则长方体所有棱长之和为多少？

(A)22　　(B)24　　(C)26　　(D)28　　(E)32

【题型 2】圆柱体

【例 5】一个圆柱的侧面展开图是正方形，那么它的侧面积是下底面积的（）倍.

(A)2　　(B)4　　(C)4π　　(D) π　　(E)2π

【例 6】圆柱体的底半径和高的比是 1：2，若体积增加到原来的 6 倍，底半径和高的比保持不变，则底半径

(A)增加到原来的$\sqrt{6}$倍　　(B)增加到原来的$\sqrt[3]{6}$倍

(C)增加到原来的$\sqrt{3}$倍　　(D)增加到原来的$\sqrt[3]{3}$倍

(E)增加到原来的 6 倍

【例 7】有两个半径分别为 6、8，深度相等的圆柱形容器甲和乙，把装满容器甲里的水倒入容器乙里，水深比容器深度的$\frac{2}{3}$低 1，那么容器的深度为多少？

（A）9　　（B）9.6　　（C）10　　（D）12　　(E)9.9

【例 8】一个直圆柱形状的量杯中放有一根长为 12 厘米的细搅棒（搅棒直径不计），当搅棒的下端接触量杯下底时，上端最少可露出杯口边缘 2 厘米，最多能露出 4 厘米，则这个量杯的容积为多少立方厘米?

(A)72π　　(B)96π　　(C) 88π　　(D)8π　　(E) 64π

【例 9】圆柱轴截面的周长为 12，则圆柱的体积最大值为

（A）6π　　（B）8π　　（C）9π　　（D）10π　　(E) 12π

【例 10】两个球体容器，若将大球中的溶液倒入小球中，正巧可装满小球，那么大球与小球的半径之比等于

(A)5：3　　(B)8：3　　(C) $\sqrt[3]{5}:\sqrt[3]{2}$　　(D) $\sqrt[3]{20}:\sqrt[3]{5}$　　(E)5：2

本次课重点总结

1.长方体、正方体的表面积、体积

2.柱体的表面积、体积

3.球体的表面积、体积

第七章 数据分析

第一节 计数原理

【大纲考点】

(1)加法原理、乘法原理;

(2)排列与排列数;

(3)组合与组合数.

【考试比重】

本章主要考 2 个题目，计 6 分。

一、排列

1.排列的定义

从 n 个不同元素中,任意取出 m 个元素,按照一定顺序排成一列,称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个排列.

2.排列数

从 n 个不同元素中取出 m 个元素(m≤n)的所有排列的种数,

称为从 n 个不同元素中取出 m 个不同元素的排列数,

记作 $P_n^m = A_n^m$.当$m = n$时， 称为全排列.

3. 排列数公式

$$P_n^m = n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

二、组合

1. 组合的定义

从 n 个不同元素中,任意取出 m 个元素并为一组,叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个组合.

2. 组合数

从n个不同元素中,取出 个元素的所有组合的个数,称为从n个不同元素中,取出 m 个不同元素的组合数,记作

(1)组合数公式: $C_n^m = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{m(m-1)\cdots 2\cdot 1} = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{P_n^m}{m!}$

(2)排列是先组合再排列: $P_n^m = C_n^m \cdot P_m^m$.

3. 组合数的性质

$C_n^m = C_n^{n-m}$.

三、分类计数原理(加法原理)

如果完成一件事有 n 类办法,只要选择其中一类办法中的任何一种方法,就可以完成这件事;若第一类办法中有 m_1 种不同的方法,第二类办法中有 m_2 种不同的方法……第 n 类办法中有 m_n 种不同的办法,那么完成这件事共

$N = m_1 + m_2 + \cdots + m_n$ 种不同的方法.

【例】从甲地到乙地，可以乘火车，也可以乘汽车，还可以乘轮船.一天中，火车有 4 班， 汽车有 2 班，轮船有 3 班 那么一天中乘坐这些交通工具从甲地到乙地共有多少种不同的走法?

四、分步计数原理(乘法原理)

如果完成一件事,必须依次连续地完成 n 个步骤,这件事才能完成;若完成第一个步骤有 m_1 种不同的方法,完成第二个步骤有 m_2 种不同的方法……完成第 n 个步骤有 m_n 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N = m_1 \cdot m_2 \cdots\cdots m_n$ 种不同的方法.

第二节 计数原理题型精讲（一）

【题型 1】准确分步及合理分类（两个原理的应用）

【解题提示】按事件发生的连贯过程分步，做到分类标准明确、分步层次清楚，不重不漏.

【例 1】平面上 4 条平行直线与另外 5 条平行直线互相垂直，则它们构成的矩形共有____个.

(A)60　　(B)120　　(C)30　　(D)90　　(E)80

【例 2】两次抛掷一枚骰子，两次出现的数字之和为奇数的情况有多少种？

(A)6　　(B)12　　(C)18　　(D)24　　(E)36

【例 3】书架上放有 3 本不同的数学书，5 本不同的语文书，6 本不同的英语书.

(1)若从这些书中任取一本,有多少种不同的取法?

(2) 若从这些书中,取数学书、语文书、英语书各一本,有多少种不同的取法?

(3) 若从这些书中取不同的科目的书两本,有多少种不同的取法?

【题型 2】约束元素的排列问题

【解题提示】解含有约束条件的排列组合问题，应按元素的性质进行分类，按事件发生的连贯过程分步，做到分类标准明确、分步层次清楚，不重不漏. 解含有特殊元素、特殊位置的题，采用特殊优先安排的策略.

【例 4】从 7 个不同的文艺节目中选 5 个编成一个节目单，如果某女演员的独唱节目一定不能排在第二个节目的位置上，则共有多少种不同的排法？

【题型 3】正难则反、等价转化策略

【例 5】从 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9 这 10 个数中取出 3 个数，使和为不小于 10 的偶数，不同的取法有多少种.

(A)46　　(B)48　　(C)50　　(D)51　　(E)53

【题型 4】相邻问题

【解题提示】对于某几个元素要求相邻的排列问题，可先将相邻的元素“捆绑”起来看作一个元素与其他元素排列，然后再在相邻元素之间排列.

【例 6】A，B，C，D，E 五人并排站成一排，如 A，B 必相邻，且 B 在 A 右边，那么不同排法有

(A)24 种　　(B)60 种　　(C)90 种　　(D)120 种　　(E)140 种

【例 7】计划展出 9 幅不同的画，其中 2 幅水彩画、3 幅油画、4 幅国画，排成一行陈列，要求同一品种的画必须连在一起，并且水彩画不放在两端，那么不同的陈列方式有多少种?

(A)462　　(B)476　　(C)546　　(D)576　　(E)586

【例 8】三名男歌唱家和两名女歌唱家联合举行一场音乐会，演出的出场顺序要求两名女歌唱家之间恰有一名男歌唱家，其出场方案共有

(A)36 种　　(B)18 种　　(C)12 种　　(D)6 种　　(D)16 种

【题型 5】不相邻问题——采用“插空”策略

【解题提示】对于某几个元素不相邻的排列问题，可先将其他元素排列好，然后再将不相邻的元素在这些排好的元素之间及两端的空隙中插入.

【例 9】7 人站成一行，如果甲、乙两人不相邻，则不同的排法种数是

(A)1440 种　　(B)3600 种　　(C)4320 种

(D)4800 种　　(D)4900 种

【例 10】要排一个有 3 个歌唱节目和 4 个舞蹈节目的演出节目单，要求甲乙两个舞蹈节目相邻，丙丁两个舞蹈节目不相邻，问有多少种不同排法?

(A)840　　(B)860　　(C)920　　(D)960　　(E)980

【例 11】宿舍楼走廊上有照明灯一排 8 盏，为节约用电又不影响照明，要求同时熄掉其中 3 盏，但不能同时熄掉相邻的灯，问熄灯的方法有多少种？

(A)16　(B)18　(C)20　(D)22　(E)24

【例 12】一排 6 张椅子上坐 3 人，每 2 人之间至少有一张空椅子，求共有多少种不同的坐法?

(A)16　(B)18　(C)20　(D)22　(E)24

第三节 计数原理题型精讲（二）

【题型 6】排座位问题

【解题提示】把 n 个元素排成前后若干排的排列问题，若没有其他特殊要求，可采取统一排成一排的方法来处理.

【例 13】两排座位，第一排 3 个座位，第二排 5 个座位，若 8 位学生坐(每人一个座位).则不同的坐法种数是

(A) P_8^3　(B) $P_8^3P_8^5$　(C) $C_2^1P_8^3P_8^5$　(D) P_8^8　(E) P_8^5

【例 14】6 个人站前后两排，每排 3 人的不同站法；6 个人站前后两排，每排 3 人，甲不站后排的站法；6 个人站前后两排，每排 3 人，甲、乙不在同一排的不同站法分别有(　　)种.

(A)720, 360, 642　(B)720, 216, 432　(C)120, 360, 432

(D)720, 360, 432　(E)720, 216, 412

【题型 7】数字问题

【思路点拨】数字问题主要涉及奇数、偶数、整除、数位大小等问题，可以采用元素位置法来进行分析.

【例 15】用 1、2、3、4、5、6 六个数字组成 6 的倍数且无重复数字的五位数有多少个.

(A)64　(B)96　(C)108　(D)120　(E)136

【例 16】从 1、3、5 三个奇数中任取两个，0、2、4、6 四个偶数中任取两个，

组成无重复的四位奇数和四位偶数的个数分别是

(A)360 和 360　(B)189 和 189　(C)180 和 162　(D)180 和 198

(E)156 和 162

【例 17】用 1，4，5，x 四个数字组成四位数，所有这些四位数中的数字的总和为 288，求 x .

(A)0　(B)1　(C)2　(D)3　(E)4

【题型 8】穷举列举法

【例 18】四人进行篮球传球练习,要求每人接球后再传给别人.开始由甲发球,作为第一次传球,若第五次传球后,球又回到甲手中,则共有传球方式多少种?

(A)60　(B)65　(C)70　(D)75　(E)80

本次课重点总结

1.两个基本原理

2.选元素，用组合；排顺序，用阶乘

3.相邻；不相邻；排座位；数字问题

第四节 概率初步

【大纲考点】

(1)事件及其简单运算;

(2)加法公式;

(3)乘法公式;

(4)古典概型;

(5)贝努里概型.

一、古典概型

随机试验 E 具有以下两个特征：

⑴样本空间的元素（即基本事件）只有有限个；

⑵每个基本事件出现的可能性是相等的，称 E 为古典概型试验.

二、古典概率

在古典概型的情况下，事件 A 的概率定义为

【注意】计算古典概率时，首先要弄清随机试验是什么？即判断有限性和等可能性是否满足，其次要弄清样本空间是怎样构成的，构成样本空间的每个基本事件出现一定要等可能的。忽略了这一点，就会导致错误的结果.

▲古典概型研究的对象大致可分为三类问题：①摸球；②分房；③随机取数（电话号码）问题.这几类问题的解决方法将在典型例题或练习题中给出.

三、事件的独立性

1.独立事件

如果两事件中任一事件的发生不影响另一事件的概率则称这两事件是相互独立的.

2.定义

若 $P(AB)=P(A)P(B)$ ，

则称两事件 A 和 B 是相互独立的.

可将其理解为：相互独立事件同时发生的概率：

第五节 概率题型精讲（一）

【题型 1】摸球问题(取样问题)

【思路点拨】如果把题中的“白球”、“黑球”换为“正品”、“次品”或“甲物”、“乙物”等等,就可以得到各种各样的“摸球问题”． 不难发现,各个取样问题

的解决,都可以归结为摸球问题.摸球问题具有典型意义,原因也正在于此.

【例 1】一袋中有 8 个大小形状相同的球，其中 5 个黑色球，3 个白色球.

（1）从袋中随机地取出两个球，求取出的两球都是黑色球的概率.

（2）从袋中不放回取两次，每次取一个球，求取出的两球都是黑色球的概率.

（3）从袋中有放回取两次，每次取一个球，求取出的两球至少有一个是黑球的概率.

【例 2】甲、乙二人参加普法知识竞答，共有 10 个不同的题目，其中选择题 6 个，判断题 4 个. 甲、乙二人依次各抽一题.

（I）甲抽到选择题、乙抽到判断题的概率是多少？

（II）甲、乙二人中至少有一人抽到选择题的概率是多少？

【例 3】某班有两个课外活动小组，其中第一小组有足球票 6 张，排球票 4 张；第二小组有足球票 4 张，排球票 6 张. 甲从第一小组的 10 张票中任抽 1 张，乙从第二小组的 10 张票中任抽 1 张.

（1）两人都抽到足球票的概率是多少?

（2）两人中至少有 1 人抽到足球票的概率是多少?

【例 4】从编号为 1, 2, ⋯, 10 的 10 个大小相同的球中任取 4 个，则所取 4 个球的最大号码是 6 的概率为

(A) $\frac{1}{84}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{21}$ (E) $\frac{1}{20}$

【例 5】一袋中装有大小相同，编号分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 的八个球，从中有放回地每次取一个球，共取 2 次，则取得两个球的编号和不小于 15 的概率为

(A) $\frac{1}{32}$ (B) $\frac{1}{64}$ (C) $\frac{3}{32}$ (D) $\frac{3}{64}$ (E) $\frac{5}{64}$

【例 6】一个坛子里有编号为 1，2，⋯，12 的 12 个大小相同的球，其中 1 到 6 号球是红球，其余的是黑球，若从中任取两个球，则取到的都是红球，且至少有 1 个球的号码是偶数的概率是

（A）$\frac{1}{22}$ (B) $\frac{1}{11}$ (C) $\frac{3}{22}$ (D) $\frac{2}{11}$ (E) $\frac{3}{11}$

【题型 2】分球入盒问题（分房模型）

【思路点拨】分房问题主要考察可重复排列问题，核心是次方的运算特征.

【例 7】某宾馆有 6 间客房，现要安排 4 位旅游者，每人可以进住任意一个房间，且进住各房间是等可能的. 事件 A：指定的 4 个房间各有 1 人；事件 B：恰有 4 个房间各有 1 人；事件 C：指定的某房间中有 2 人；事件 D：一号房间有 1 人，二号房间有 2 人；事件 E：至少有 2 人在同一个房间. 则下列叙述错误的为

(A) $P(A)=\frac{1}{54}$ (B) $P(B)=\frac{5}{18}$ (C) $P(C)=\frac{29}{216}$ (D) $P(D)=\frac{1}{27}$

(E) $P(E)=\frac{13}{18}$

【例 8】甲、乙、丙三名志愿者被随机地分到 四个不同的岗位服务，求

（1）甲、乙两人同时参加 岗位服务的概率.

（A） $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{16}$ (D) $\frac{3}{16}$ (E) $\frac{5}{32}$

（2）甲、乙两人不在同一个岗位服务的概率.

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{1}{8}$ (E) $\frac{17}{32}$

第六节 概率题型精讲（二）

【题型 3】随机取数问题(元素位置问题)

【思路点拨】遇到数字问题，根据约束条件的情况可以转化为元素位置的方法进行思考.

【例 9】在 1-9 的整数中可重复的随机取 6 个数组成 6 位数，求下列事件的概率：

（1）6 个数完全不同；

（2）6 个数不含奇数；

（3）6 个数中 5 恰好出现 4 次.

【例 10】从数字 1，2，3，4，5 中任取 3 个，组成没有重复数字的三位数，计

算：

(1)三位数是 5 的倍数的概率；

(2)三位数是偶数的概率；

(3)三位数大于 400 的概率；

【例 11】某班数学兴趣小组有 5 名男同学，3 名女同学．求下列事件的概率：

(1)8 人排成一队，其中甲必须站在排头的概率?

(2)8 人排成一队，其中甲不能站在排头与排尾的概率?

(3)8 人排成一队，其中任何两名女同学都不能相邻的概率?

【例 12】将一骰子连续抛掷三次，它落地时向上的点数依次成等差数列的概率为

(A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{15}$ (D) $\frac{1}{18}$ (E) $\frac{1}{14}$

【题型 4】独立事件

【例 13】甲、乙两人独立地解同一问题，甲解决这个问题的概率是 p1，乙解决这个问题的概率是 p2，那么恰好有 1 人解决这个问题的概率是

(A)p1p2　(B)p1（1－p2）+p2（1－p1）　(C)1－p1p2

(D)1－（1－p1)（1－p2）　(E) 1－p1-p2

【例 14】从应届高中生中选出飞行员，已知这批学生体型合格的概率为 ，视力合格的概率为 ，其他几项标准合格的概率为 ，从中任选一学生，则该生三项均合格的概率为（假设三项标准互不影响）

(A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{1}{90}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{7}{90}$ (E) $\frac{11}{90}$

【例 15】一道数学竞赛试题，甲解出它的概率为 $\frac{1}{2}$ ，乙解出它的概率为 $\frac{1}{3}$ ，丙解出它的概率为 $\frac{1}{4}$，由甲、乙、丙三人独立解答此题只有一人解出的概率为

【例 16】一出租车司机从饭店到火车站途中有六个交通岗，假设他在各交通岗遇到红灯这一事件是相互独立的，并且概率都是 ．那么这位司机遇到红灯前，

已经通过了两个交通岗的概率是

(A) $\frac{4}{27}$ (B) $\frac{5}{27}$ (C) $\frac{7}{27}$ (D) $\frac{1}{9}$ (E) $\frac{2}{27}$

【例 17】设甲、乙、丙三台机器是否需要照顾相互之间没有影响. 已知在某一小时内，甲、乙都需要照顾的概率为 0.05，甲、丙都需要照顾的概率为 0.1，乙、丙都需要照顾的概率为 0.125，

(Ⅰ)求丙在这个小时内需要照顾的概率是多少；

(Ⅱ)计算这个小时内至少有一台需要照顾的概率.

【例 18】某人对一目标进行射击，每次命中率都是 0.25，若使至少命中 1 次的概率不小于 0.75，至少应射击几次？

【例 19】设有两门高射炮，每一门击中飞机的概率都是 0.6，试求：同时射击一发炮弹而命中飞机的概率；若又一架敌机侵犯，至少要以 99%的概率击中它，问需多少门高射炮？

【例 20】三人独立地破译一个密码，他们能译出的概率分别为$\frac{1}{5},\frac{1}{4},\frac{1}{3}$,求密码能被译出的概率.

【例 21】甲、乙两个篮球运动员互不影响地在同一位置投球，命中率分别为$\frac{1}{2}$与 p，且乙投球 2 次均未命中的概率为 $\frac{1}{16}$.

(Ⅰ)求乙投球的命中率 p；

(Ⅱ)求甲投球 2 次，至少命中 1 次的概率；

(Ⅲ)若甲、乙两人各投球 2 次，求两人共命中 2 次的概率.

本次课重点总结

1.常见古典概率的求解方法

2.概率基本公式的应用

3.独立事件的定义及应用

第七节 数据描述

【大纲考点】

(1)平均值,

(2)方差与标准差,

(3)数据的图表表示(直方图，饼图，数表).

一、数据的图表表示

直方图

饼图

二、平均值

设 n 个数 $x_1,x_2,\cdots\cdots,x_n$,称$\bar{x}=\dfrac{x_1+x_2+\cdots\cdots+x_n}{n}$

为这 n 个数的平均值.

三、方差

$$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$$

四、标准差

因为方差与原始数据的单位不同，且平方后可能夸大了离差的程度，将方差的算术平方根称为这组数据的标准差. 即 $s=\sqrt{s^2}$

五、方差和标准差的意义

方差的实质是各数据与平均数的差的平方的平均数. 标准差是方差的一个派生概念，它的优点是单位和样本的数据单位保持一致，给计算和研究带来方便.

方差和标准差用来比较平均数相同的两组数据波动的大小，也用它描述数据的离

散程度。方差或标准差越大，说明数据的波动越大，越不稳定；方差或标准差越小，数据波动越小、越整齐、越稳定.

利用方差比较数据波动大小的方法和步骤：先求平均数，再求方差，然后判断得出结论。

第八节 数据描述题型精讲

【题型 1】平均数的计算

【例 1】假设三个相异正整数中的最大数是 54，则三个数的最小平均值是多少？

(A)17 (B)19 (C)21 (D)23 (E)18

【例 2】在一次法律知识竞赛中，甲机关 20 人参加，平均 80 分，乙机关 30 人参加，平均 70 分，问两个机关参加竞赛的人总平均分是多少？

(A)76 (B)75 (C)74 (D)73 (E)77

【题型 2】方差与标准差的计算

【例 3】给出两组数据：

甲组：20,21,23,24,26　　乙组：100,101,103,104,106

甲组，乙组的方差分别是 s_1^2，s_2^2，则下列正确的是（　）

(A) $s_1^2 < s_2^2$ (B) $s_1^2 > s_2^2$ (C) $s_1^2 = s_2^2$ (D) $s_1^2 \neq s_2^2$ (E)无法确定

【题型 3】饼图

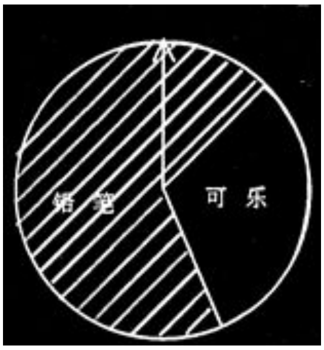
【例 4】某商场设立了一个可以自由转动的转盘(如图)，并规定：顾客购物 10 元以上能获得一次转动转盘的机会，当转盘停止时，指针落在哪一区域就可以获得相应的奖品，下表是活动进行中的一组统计数据：

转动转盘的次数 n	100	150	200	500	800	1000
落在“铅笔”的次数 m	68	111	136	345	546	701
落在“铅笔”的频率 m/n	0.68	0.74	0.68	0.69	0.6825	0.701

(1)请估计，当 n 很大时，频率将会接近多少？

(2)转动该转盘一次，获得铅笔的概率约是多少？

(3)在该转盘中，标有“铅笔”区域的扇形的圆心角大约是多少？(精确到1°)



【题型4】数表

【例5】某农贸市场出售西红柿，当价格上涨时，供给量相应增加，而需求量相应减少，具体调查结果如下表：

表1　市场供给量

单价（元/kg）	2	2.4	2.8	3.2	3.6	4
供给量（1000kg）	50	60	70	75	80	90

表2　市场需求量

单价（元/kg）	4	3.4	2.9	2.6	2.3	2
需求量（1000kg）	50	60	65	70	75	80

根据以上提供的信息，市场供需平衡点（即供给量和需求量相等时的单价）应在区间

(A)（2.3，2.6）　(B)（2.4，2.6）　(C)（2.6，2.8）

(D)（2.8，2.9）　(E)（2.7，2.9）

本次课重点总结

1.平均值的概念

2. 方差的概念及意义

3. 常见数表分析