南京理工大学

2013年硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：615　　科目名称：高等数学　　满分：150分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、　填空题（本题共6小题，每小题5分，满分30分）。

（1）极限 $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x + a\sin(bx))^{\frac{1}{x}} =$ ____（a,b 为常数）.

（2）若 $\lim\limits_{x\to\infty}(kx+b-\dfrac{x^3+1}{x^2+1})=0$，且 b,k 为常数，则 $b+k$ =________.

（3）$\int_{-1}^{1}\dfrac{x}{\sqrt{5-4x}}dx=$______.

（4）$I=\iint\limits_D e^{x+y}dxdy, D=\{(x,y)\,\|\,x|+|y|\le 1\}$，则 $I=$______.

（5）微分方程 $y'=e^{x-y}$ 的通解是_____.

（6）点 $(1,2,1)$ 到平面 $x+2y+2z=10$ 的距离 $d=$______.

二、选择题（本题共4小题，每小题5分，满分20分．每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

（1）曲线 $y=\ln(e-\dfrac{1}{x})$ [　]

(A) 仅有水平渐近线.　　(B) 仅有铅直渐近线.

(C) 既有铅直又有水平渐近线.　　(D) 既有铅直又有斜渐近线.

（2）设函数 $f(x)$ 是奇函数且 $f'(0)$ 存在，则 $x=0$ 是函数 $F(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ 的[　]

(A) 无穷间断点.　　(B) 可去间断点.

(C) 连续点．　　(D) 振荡间断点

（3）曲线 $y=\ln x$ 在点 $(1,0)$ 的曲率 $k=$[　]

(A) $\sqrt{2}$.　(B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.　(C) $4\sqrt{2}$.　(D) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

（4）若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛，则级数[　]

(A) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|a_n|$ 收敛.　　(B) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ 收敛.

(C) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{a_n+a_{n+1}}{2}$ 收敛.　　(D) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n^{\ 2}$ 收敛.

三、解答题（本题共5小题，每小题8分，共40分）

1. 设 $y=x\cos x$，求 $y^{(n)}(x)$.

2. 求解微分方程 $y''+4y=e^{-2x}$.

3. 计算 $\iint\limits_\Sigma (x^2+y^2)dxdy$，其中 Σ 是圆 $\begin{cases} x^2+y^2\le R^2 \\ z=0 \end{cases}$ 的下侧.

4. 求不定积分 $\int\dfrac{dx}{x^4(x^2+1)}$.

5. 计算 $I=\iiint\limits_\Omega (x^2+y^2)dV$，$\Omega: x^2+y^2+z^2\le R^2(R>0)$.

四、（本题满分10分）设 $F(x)=\int_0^x (x+u)g(u)du$，其中 $g(u)$ 是可微函数，求 $F''(x)$.

五、（本题满分10分）试证：当 $0<x<1$ 时，$(1+x)\ln^2(1+x)<x^2$.

六、（本题满分10分）设函数 $f(x)=2x^2(0\le x<\pi)$，求（1）$f(x)$ 的正弦级数，（2）$f(x)$ 的余弦级数.

七、（本题满分10分）设 $f(t)$ 是 $(0,\infty)$ 上的连续函数，当 $x>0,y>0$ 时有如下关系式 $\int_1^{xy}f(t)dt=y\int_0^x f(t)dt+x\int_1^y f(t)dt$，且 $f(1)=3$，求 $f(x)$.

八、（本题满分10分）求 $\iint\limits_\Sigma y^3z^2dydz+z\sqrt{x^2+y^2}dxdy$，其中 Σ 为曲面 $z=-\sqrt{R^2-x^2-y^2}$ 的上侧.

九、（本题满分10分）求经过点 $(2,1,\frac{1}{3})$ 的所有平面中，哪一个平面与坐标平面所围成的立体（在第一卦限）的体积为最小，并求其最小值。