

2015 年硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 843 科目名称: 量子力学 满分: 150 分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、简答题 (每小题 8 分, 总分 40 分)

1. 哪些实验现象揭示了微观粒子的波粒二象性 (至少写出两条)。
2. 薛定谔方程和定态薛定谔方程分别为_____。
3. 写出量子力学五个基本假设中的任意两个。
4. 量子力学中能量算符和动量算符分别写为_____。
5. 证明关系式 $[\hat{X}, \hat{P}_x] = i\hbar$

二、计算题 (本题总分 110 分)

1. 有一波函数 $\Psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left(\frac{r}{a_0}\right)^{3/2} 2e^{-r/a_0}$ 。求 (1) 在点 (r, θ, φ) 附近体积元 $d\tau$ 内找到粒子的概率; (2) 在 $r \rightarrow r + dr$ 球壳内找到粒子的概率; (3) 在什么位置发现粒子的概率最大。 (15 分)

2. 设在 H^0 表象中, \hat{H} 的矩阵为: $\hat{H} = \begin{pmatrix} E_1^0 & 0 & a \\ 0 & E_2^0 & b \\ a^* & b^* & E_3^0 \end{pmatrix}$ $E_1^0 < E_2^0 < E_3^0$ 。试用微扰论求能量的二级修正。 (18 分)

3. 利用玻尔-索末菲量子化条件计算在均匀磁场中做圆周运动的电子的可能能量和轨道半径。(玻尔-索末菲量子化条件为 $\oint p dq = (n + \frac{1}{2})h$, p 为广义动量, q 为对应的广义坐标) (12 分)

4. 用玻恩近似法求粒子在势场

$$U(r) = \begin{cases} \frac{Ze_s^2}{r} - \frac{r}{c}, & r < r_0 \\ 0, & r > r_0 \end{cases}$$

中散射的微分散射截面, 其中 $c = \frac{r_0^2}{Ze_s^2}$ 。(15 分)

5. 求 $\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ 的本征值和相应的本征函数。(15 分)

6. 假设一氢原子的状态为

$$\psi = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} R_{32}(r) Y_{21}(\theta, \varphi) \\ \frac{\sqrt{15}}{4} R_{32}(r) Y_{2-1}(\theta, \varphi) \end{pmatrix}$$

- ① 求轨道角动量 z 分量 \hat{L}_z 和自旋角动量 \hat{S}_z 的平均值;

- ② 求总磁矩 $\hat{M} = -\frac{e}{2\mu} \hat{L} - \frac{e}{\mu} \hat{S}$ 的 z 分量的平均值 (15 分)

7. 电子在半无限金属表面受到的势场可用如图所示的简化模型加以描述,

$$V(x) = \begin{cases} -V_0, & x < 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$$

分别计算电子在金属-真空界面的反射和透射概率。(假设

电子的能量 E 满足 $-V_0 < E < 0$) (20 分)

