

安徽师范大学

2017 年硕士研究生招生考试初试试题

科目代码: 895

科目名称: 概率论与数理统计

说明: 可能要用到的数据

$$U_{0.025} = 1.96, t_{0.025}(5) = 2.5706, \chi_{0.025}^2(5) = 12.833, \chi_{0.975}^2(5) = 0.831$$

$$F_{0.05}(17, 12) = 2.59, F_{0.05}(12, 17) = 2.38, F_{0.05}(18, 13) = 2.48, F_{0.05}(13, 18) = 2.31.$$

一、填空题 (每小题 5 分, 共 30 分)

1. 设随机事件 A_1, A_2, \dots, A_n 相互独立, $P(A_i) = p_i, i = 1, 2, \dots, n$, 则 A_1, A_2, \dots, A_n 中至少有一个发生的概率为_____.

2. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(2, \sigma^2)$, 且 $P(2 < X < 4) = 0.3$, 则 $P(X < 0) =$ _____.

3. 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 相互独立, 均服从指数分布, 其概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$$
 则当 $n \rightarrow \infty$ 时, $Y_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ 依概率收敛于_____.

4. 设总体 X 服从正态分布 $N(0, 4)$, 而 $(X_1, X_2, \dots, X_{15})$ 是来自 X 的样本, 则

$$U = \frac{X_1^2 + \dots + X_{10}^2}{2(X_{11}^2 + \dots + X_{15}^2)}$$
 服从的分布及参数是_____.

5. 设随机变量 T 服从 t 分布 $t(n)$, 则 T^2 服从的分布及参数为_____.

6. 设来自正态总体 $N(\mu, 0.9^2)$ 的样本均值 $\bar{X} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 X_i = 5$, 则未知参数 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间是_____.

二、单项选择题 (每小题 5 分, 共 30 分)

1. 设 X_1, X_2, X_3 是取自总体 X 的一个样本, α 是未知参数, 以下函数是统计量的为()

- A. $\alpha(X_1 + X_2 + X_3)$ B. $X_1 + X_2 + X_3$ C. $\frac{1}{\alpha} X_1 X_2 X_3$ D. $\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (X_i - \alpha)^2$

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸上的无效!

2. 在假设检验中, 分别用 α , β 表示犯第一类错误和第二类错误的概率, 则当样本容量 n 一定时, 下列说法中正确的是()

- A. α 减小时 β 也减小
 B. α 增大时 β 也增大
 C. α, β 其中一个减小, 另一个会增大
 D. α 和 β 同时成立

3. 设 $\xi \sim t(n)$, 则当 n 充分大时, $D\xi$ 近似等于()

- A. 0
 (B). 1
 (C). $\frac{1}{2}$
 (D). 2

4. 设随机变量 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} = 0$, 则下列错误的是() .

- A. $E(XY) = E(X)E(Y)$
 B. $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$
 C. $D(X-Y) = D(X) + D(Y)$
 D. X 与 Y 相互独立

5. 当 A、B 同时发生时, 事件 C 必然发生, 则有() .

- A. $P(C) \leq P(A) + P(B) - 1$
 B. $P(C) \geq P(A) + P(B) - 1$
 C. $P(C) = P(AB)$
 D. $P(C) = P(A \cup B)$

6. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 为一列独立同分布的随机变量, 且 $EX_1 = \mu$, $DX_1 = \sigma^2$, 记 $\Phi(x)$

为标准正态分布的分布函数, 则有() .

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \leq x \right) = \Phi(x)$
 B. $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} \leq x \right) = \Phi(x)$
 C. $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\frac{\mu \sum_{i=1}^n X_i - n}{\sqrt{n}\sigma} \leq x \right) = \Phi(x)$
 D. $\lim_{n \rightarrow \infty} P \left(\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} \leq x \right) = \Phi(x)$

三、(10 分) 发报台分别以 0.7 和 0.3 的概率发出信号 0 和 1, 由于通信系统受到干扰, 当发出信号 0 时, 收报台分别以 0.8 和 0.2 的概率收到信号 0 和 1; 又当发出信号 1 时, 收报台分别以 0.9 及 0.1 的概率收到信号 1 和 0.

(1) 求收报台收到信号 0 的概率.

(2) 现收报台收到信号 0, 求原发信号也是 0 的概率为多少?

四、(10 分) 设 (X, Y) 的联合分布列为

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸上的无效!

	Y	0	1
X	0	0.4	a
	1	b	0.1

若随机事件 $(X=0)$ 与 $(X+Y=1)$ 相互独立, 求 a 和 b .

五、(10分) 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度函数为

$$p(x, y) = \begin{cases} 2 - x - y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其它,} \end{cases}$$

求 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{X,Y}$.

六、(10分) 设二维随机变量 (X, Y) 具有概率密度函数 $p(x, y) = \begin{cases} 4x^2y, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

(1) 求常数 A ; (2) 求 X, Y 的边缘概率密度; 问 X 与 Y 是否相互独立?

七、(10分) 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 都服从区间 $(0, 1)$ 上的均匀分布, 令 $Z = X + Y$, 试求随机变量 Z 的密度函数.

八、(10分) 设 X_1, X_2, \dots, X_9 是来自正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本,

$$Y_1 = \frac{1}{6}(X_1 + X_2 + \dots + X_6), \quad Y_2 = \frac{1}{3}(X_7 + X_8 + X_9), \quad S^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=7}^9 (X_i - Y_2)^2, \quad Z = \frac{\sqrt{2}(Y_1 - Y_2)}{S}.$$

证明: 统计量 Z 服从自由度为 2 的 t 分布.

九、(10分) 设 (X_1, \dots, X_n) 是来自总体 X 为几何分布 $P(X=x) = \theta(1-\theta)^{x-1}, x=1, 2, \dots$ 的样本, 求 θ 的最大似然估计 $\hat{\theta}$.

十、(10分) 已知某种材料的抗压强度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. 现在随机抽取 6 件进行抗压实验,

测得数据如下: 15.0, 14.9, 15.3, 14.8, 14.3, 15.4

求方差 σ^2 的置信度为 0.95 的置信区间.

十一、(10分) 甲乙两台机床加工同一种零件, 设加工出来零件尺寸分别为 X 和 Y ,

且都服从正态分布: $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$. 今从两台机床加工出来的零件中分别

抽取 18 个和 13 个零件进行测量, 分别得到样本方差为 $S_x^2 = 0.29, S_y^2 = 0.34$. 问能否认为

两台机床加工零件的稳定程度相同? (显著性水平 $\alpha = 0.10$)

考生请注意: 答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸上的无效!