

2019 年攻读浙江财经大学硕士学位研究生入学考试试题

科目代码: 601 科目名称: 高等数学

答案请写答题纸上

一、选择题 (1~8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 下面给出的四个选项中, 只有一个选项是符合题目要求的. 请将选项前的字母填在答题纸指定的位置)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $\frac{x^2 + 5x}{x^2 + 4x} e^{\frac{1}{x}}$ 的极限 ()
A. 等于 0 B. 等于 $\frac{5}{4}$ C. 为 ∞ D. 不存在但不为 ∞
2. 设 $f(x)$ 是不恒为零的奇函数, $f'(0)$ 存在, 则函数 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ ()
A. 在点 $x = 0$ 处左极限不存在 B. 在点 $x = 0$ 处右极限不存在
C. 有可去间断点 D. 有跳跃间断点
3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = x - \sin ax$ 与 $g(x) = (e^{bx} - 1)(\cos x - 1)$ 是等价无穷小量, 则 ()
A. $a = -1, b = -\frac{1}{3}$ B. $a = -1, b = \frac{1}{3}$
C. $a = 1, b = -\frac{1}{3}$ D. $a = 1, b = \frac{1}{3}$
4. 设 $f(x) = \sin x$, 则 $(f(f(x)))' =$ ()
A. $\cos(\sin x) \cos x$ B. $\sin(\sin x) \cos x$
C. $\cos(\cos x) \sin x$ D. $\sin(\cos x) \sin x$
5. 设可导函数 $y = y(x)$ 由方程 $\int_0^{2x+y} e^{-t^2} dt = \int_0^x x \sin t^2 dt$ 确定, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$ ()
A. -1 B. -2 C. 1 D. 2

6. 设 $f(x, y)$ 是连续函数, 且 $f(x, y) = xy + \iint_D xf(x, y) dx dy$, 其中 D 是由曲线 $y = \sqrt{x}$ 及直线 $y = 0, x = 1$ 围成, 则 $f(x, y) =$ ()

- A. xy B. $\frac{2}{3}xy$ C. $xy + \frac{5}{4}$ D. $xy + \frac{5}{24}$

7. 下列级数中收敛的是 ()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} 2^n$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} 3^n$ C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{n^2}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n(n+2)}$

8. 已知 $y = f(x)$ 为微分方程 $xf'(x) - f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ 满足初始条件 $f(1) = 0$ 的特解, 则 $\int_0^1 f(x) dx =$ ()

- A. $-\frac{\pi}{4}$ B. $-\frac{\pi}{8}$ C. $\frac{\pi}{8}$ D. $\frac{\pi}{4}$

二、填空题 (9~14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 请将答案写在答题纸指定位置上)

9. 设 $y = e^{\arctan \sqrt{x}}$, 则 $dy|_{x=1} =$ _____.

10. 设函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $(z + y)^x = xy$ 确定, 则 $\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right|_{(1,3)} =$ _____.

11. 二元函数 $f(x, y) = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$ 的极值为 _____.

12. $\int_0^1 dy \int_y^1 \frac{y}{\sqrt{1+x^3}} dx =$ _____.

13. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} n(n+1)x^n$ 的和函数为 _____.

14. 微分方程 $y'' + y' - 2y = 2e^x$ 的通解为 _____.

三、解答题 (15~23 小题, 共 94 分. 请将答案写在答题纸指定位置上. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本题满分 10 分)

求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \cdot \sqrt{\cos 2x}}{\sin^2 x}$.

16. (本题满分 10 分)

设函数 $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x^3, & x \leq 0 \\ \ln(1+x) - x^2, & x > 0 \end{cases}$, 求 $f'(x)$ 的极小值.

17. (本题满分 10 分)

计算定积分 $\int_{\frac{1}{2}}^2 \left(1+x - \frac{1}{x}\right) e^{x+\frac{1}{x}} dx$.

18. (本题满分 10 分)

设 $z = z(x, y)$ 由方程 $F\left(x + \frac{z}{y}, y + \frac{z}{x}\right) = 0$ 确定, 这里 F 可微,

计算 $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} - z$, 并说明此式与 F 无关.

19. (本题满分 10 分)

计算二重积分 $\iint_D y dx dy$, 其中 D 是由直线 $x = -2, y = 0, y = 2$ 及曲线

$x = -\sqrt{2y - y^2}$ 所围成的平面区域.

20. (本题满分 10 分)

设 $f(u, v)$ 具有连续的偏导数, 且满足 $f'_u(u, v) + f'_v(u, v) = uv$, 求函数

$y(x) = e^{-2x} f(x, x)$ 所满足的一阶微分方程, 并求其通解.

21. (本题满分 12 分)

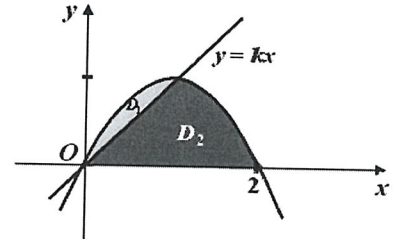
求 $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$ 的单调区间和极值、凹凸区间和拐点、渐近线.

22. (本题满分 12 分)

设 D 是由曲线 $y = 2x - x^2$ 与 x 轴所围成的图形, 直线 $y = kx$ 将 D 分成两部分 (如图所示), 若 D_1 与 D_2 的面积分别 S_1 与 S_2 , 且 $S_1 : S_2 = 1 : 7$, 求

(1) 面积 S_1 和 S_2 ;

(2) D_1 绕着 y 轴旋转一周所得旋转体的体积.



23. (本题满分 10 分)

设函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上存在二阶导数, 且 $g''(x) \neq 0$,

$f(a) = f(b) = g(a) = g(b) = 0$, 证明

(1) 在开区间 (a, b) 内 $g(x) \neq 0$;

(2) 在开区间 (a, b) 内至少存在一点 ξ , 使 $\frac{f(\xi)}{g(\xi)} = \frac{f''(\xi)}{g''(\xi)}$.