

江苏大学
硕士研究生入学考试样题

科目代码: 601

A卷

科目名称 数学分析

满分: 150分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、(16分) 设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某空心左邻域 $U_-(x_0)$ 有定义. 证明:

$\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A$ 的充要条件是: 对任何以 x_0 为极限的递增数列 $\{x_n\} \subset U_-(x_0)$, 有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = A.$$

二、(14分) 确定 α 和 β , 使 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{5n^2 + 3n - 2} - \alpha n + \beta = 0$.

三、(16分) 设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上可导且导函数连续. 证明:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 x^n f(x) dx = f(1).$$

四、(12分) 若 $g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上具有二阶连续导数, $g(0) = 1$ 以及

$$f(x) = \begin{cases} g'(0), & x = 0, \\ \frac{g(x) + \cos x}{x}, & x \neq 0. \end{cases}$$

讨论 $f(x)$ 以及 $f'(x)$ 在 $x = 0$ 的连续性.

五、(14分) 讨论函数 $f(x, y) = (1 + e^y) \cos x - ye^y$ 的极值.

六、(14分) 讨论 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + \frac{z^4}{2}$ 在 $xyz = 1$ 条件下的极值.

七、（16分）设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某个领域内具有二阶连续导数，且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$.

证明：级数 $\sum_{n=1}^{\infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$ 绝对收敛.

八、（16分）求曲面 $(x^2 + y^2 + z^2)^3 = 3xyz$ 所围区域的体积.

九、（16分）计算曲线积分 $I = \oint_{\Gamma} xdy + ydz + zdx$ ，其中 Γ 为 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 与 $x + y + z = 0$ 的交线，从 x 轴的正向看 Γ 是逆时针的.

十、（16分）计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} (x^2 \cos \alpha + y^2 \cos \beta + z^2 \cos \gamma) ds$ ，其中 Σ 为锥面 $x^2 + y^2 = z^2$ 介于 $z = 0$ 及 $z = h$ ($h > 0$) 之间的部分的下侧， $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ 是 Σ 在 (x, y, z) 处的法向量的余弦.