江苏大学
硕士研究生入学考试样题

A卷

科目代码： 602

科目名称 线性代数　　　　满分： 150分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、填空选择题（3*10=30）

1. 设 A^* 是 3 阶矩阵 A 的伴随矩阵，且 $|A|=2$，则 $|A^*|=$________，$|-A|=$______.

2. 设 $\alpha_1=(1,1,1)$，$\alpha_2=(1,2,3)$，$\alpha_3=(1,3,t)$ 线性相关，则 $t=$______.

3. 设 A 是 4×3 的矩阵，且 A 的秩 $R(A)=2$，$B=\begin{pmatrix}1&0&2\\0&2&0\\-1&0&3\end{pmatrix}$，则 $R(AB)=$_____.

4. 若 3 元齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系只含一个向量，则 $R(A)=$______.

5. 若有矩阵 $\mathbf{A}_{3\times2}$，$\mathbf{B}_{2\times3}$，$\mathbf{C}_{3\times3}$，则运算可行的是（　　）.

(A) AC　　　　(B) CB

(C) ABC　　　　(D) $AB-BC$

5. 设 $\mathbf{V}=\{\mathbf{x}=(x_1,x_2,x_3,x_4)\mid x_1+x_2+x_3+x_4=0\}$，且 x_1，x_2，$x_3,x_4\in\mathbf{R}$，则（　　）.

(A) V 是 1 维向量空间　　　　(B) V 是 2 维向量空间

(C) V 是 3 维向量空间　　　　(D) V 不是向量空间

6. 向量组 α_1，α_2，…，a_s 线性无关的充分条件是（　　）.

(A) α_1，α_2，…，a_s 均不是零向量

(B) α_1，α_2，…，a_s 中任意两个向量都不成比例

(C) α_1，α_2，…，a_s 中存在一个向量不能由其余 $s-1$ 个向量线性表示

(D) α_1，α_2，…，a_s 中任一部分组线性无关

7. 设n元齐次线性方程组$Ax=0$，若$r(A)=r<n$，则基础解系中（　　　）.

(A)唯一存在　　　　(B)共有$n-r$个

(C)含有$n-r$个解向量　　　　(D)含有无穷多个解向量

8. A是n阶正定矩阵的充分必要条件是（　　）.

（A）$|\boldsymbol{A}|>0$　　　　（B）存在n阶矩阵C，使$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{C}^T\boldsymbol{C}$

（C）负惯性指数为零　　　（D）各阶顺序主子式均为正数

二、计算行列式（20）

1. $D=\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}$　　2. $D_n=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 2 & 3 & \cdots & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 2 & 2 & 2 & \cdots & n \end{vmatrix}$

三、（10）设$X\begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -5 & 2 & 1 \end{pmatrix}=-\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 0 \\ 2 & 6 & 0 \end{pmatrix}$，求$X$.

四、（15）设有向量组$\alpha_1=\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix},\alpha_2=\begin{bmatrix} -6 \\ -4 \\ -1 \\ -5 \end{bmatrix},\alpha_3=\begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ -3 \\ -4 \end{bmatrix},\alpha_4=\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$，求它的秩和一个极大无关组，并把其余的向量用该极大无关组线性表示.

五、（15）设η_1,η_2,η_3为四元非齐次线性方程组的三个解向量，方程组系数矩阵的秩为3，且$\eta_1+\eta_2=\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}$，$\eta_3=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$，求该方程组的通解.

六、（15）设二次型$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+ax_2^2+x_3^2+2bx_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$经过正交变换化为标准形$f=y_1^2+4y_3^2$，求$a,b$的值并写出所用的正交变换.

七、（15）已知$\varepsilon_1=(1,2,-1,0)^T,\varepsilon_2=(1,-1,1,1)^T,\varepsilon_3=(-1,2,1,1)^T,\varepsilon_4=(-1,-1,0,1)^T$为

P^4 的一组基，求向量 $\xi=(0,2,1,3)^T$ 在 $\varepsilon_1,\varepsilon_2,\varepsilon_3,\varepsilon_4$ 下的坐标.

八、（15）在线性空间 R^3 中，求由基 $\alpha_1=(1,2,1)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_2=(2,3,3)^{\mathrm{T}}$，$\alpha_3=(3,7,1)^{\mathrm{T}}$ 到基 $\beta_1=(9,24,-1)^{\mathrm{T}}$，$\beta_2=(8,22,-2)^{\mathrm{T}}$，$\beta_3=(12,28,4)^{\mathrm{T}}$ 的过渡矩阵.

九、（15）证明题：设向量 β 可以由向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{r-1},\alpha_r$ 线性表示，但向量 β 不能由向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{r-1}$ 线性表示，试证：向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{r-1},\alpha_r$ 与向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{r-1},\beta$ 有相同的秩.