

江苏大学
硕士研究生入学考试样题

科目代码: 886

A卷

科目名称 概率论与数理统计

满分: 150分

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

本试卷可以使用不带编程或记忆功能的计算器。

一、选择题 (本题共 15 个小题, 每小题 3 分, 共 45 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一个符合题目要求, 把所选项前的字母填在答题纸上)

1. 已知 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(AB) = 0$, $P(AC) = P(BC) = \frac{1}{9}$, 则事件 A、B、C 都发生的概率为 ()。

- A. $\frac{19}{36}$ B. 0 C. $\frac{17}{36}$ D. $\frac{27}{36}$

2. 一批产品共有 8 个正品和 2 个次品, 任意抽取两次, 每次抽一个, 抽出后不再放回, 则第二次抽出的是正品的概率为 ()。

- A. 0.6 B. 0.2 C. 0.8 D. 0.4

3. 设随机变量 $X \sim N(2, 3^2)$, 且 $P(X > a) = P(X < a)$, 则常数 a 为 ()。

- A. 0 B. 3 C. 9 D. 2

4. 设总体 $X \sim N(0, 1)$, $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 1)$ 为来自总体 X 的一个样本, \bar{X}, S^2 分别为样本均值和样本方差, 则有 ()。

- A. $\bar{X} \sim N(0, 1)$ B. $n\bar{X} \sim N(0, 1)$ C. $\sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi^2(n)$ D. $\frac{\bar{X}}{S} \sim t(n-1)$

5. 设 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1 为来自总体 $B(1, p)$ 的样本观察值, 则 p 的矩估计值为 ()。

- A. $\frac{7}{8}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

6. 若 $X \sim t(n)$, 则 $\frac{1}{X^2} \sim$ ()。

- A. $F(1, n)$ B. $F(n, 1)$ C. $\chi^2(n)$ D. $t(n)$

7. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中已知 μ , 而 σ^2 未知, X_1, X_2, X_3 是来自总体 X 的一个样本, 则下列随机变量中不能作为统计量的是: ()。

A. $X_1 + X_2 + X_3$ B. $X_1 + 3\mu$ C. $\max(X_1, X_2, X_3)$ D. $\sum_{i=1}^3 \frac{X_i^2}{\sigma^2}$

8. 对于一个水平为 α 的假设检验, 原假设成立时, 拒绝原假设的概率应该 ()。

- A. 小于或等于 α B. 大于 α C. 等于 α D. 与样本容量有关

9. 对于总体均值的 T 检验, 取定 $\mu > \mu_0$, 若 α 变小, 则拒绝原假设的概率 ()。

- A. 变大 B. 变小 C. 不变 D. 恒等于 1

10. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是来自总体 X 的样本, $EX = \mu$, 则 () 是 μ 的最有效估计。

A. $\hat{\mu} = \frac{1}{5}X_1 + \frac{2}{5}X_2 + \frac{1}{5}X_3 + \frac{1}{5}X_4$ B. $\hat{\mu} = \frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3 + \frac{1}{4}X_4$
 C. $\hat{\mu} = \frac{1}{9}X_1 + \frac{2}{9}X_2 + \frac{1}{9}X_3 + \frac{1}{9}X_4$ D. $\hat{\mu} = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{6}X_3 + \frac{1}{6}X_4$

11. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, 其中 μ, σ 均未知。记

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, S_n^{*2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

。则下列结论正确的是 ()。

- A. S_n^2 是 σ^2 的无偏估计 B. S_n^{*2} 是 σ^2 的无偏估计
 C. S_n 是 σ 的无偏估计 D. S_n^* 是 σ 的无偏估计

12. 以下关于显著性检验, 错误的是 ()。

- A. 若做出拒绝原假设, 这是有充分证据的
 B. 若做出接受原假设, 这是有充分证据的
 C. 显著性检验有保护原假设的作用
 D. 不能轻易拒绝的假设一般应设置为原假设

13. 设随机变量 $X \sim N(0, 1), Y \sim t(3)$, 则对于一常数 $c(c > 2)$, 下述正确的是 ()。

- A. $P(|X| > c) > P(|Y| > c)$ B. $P(|X| > c) < P(|Y| > c)$
 C. $P(|X| > c) = P(|Y| > c)$ D. $P(|X| > c)$ 与 $P(|Y| > c)$ 的大小无法确定

14. 设 x_1, x_2, \dots, x_{20} 是来自正态总体 $N(0, 1)$ 的一个样本, 记 $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{20}}{20}$ 。已

知标准正态分布的 0.95 分位数 $u_{0.95} = 1.645$, 则 \bar{x} 的分布的 0.95 分位数是 ()。

A. $\frac{1.645}{\sqrt{20}}$

B. $\frac{1.645}{20}$

C. $1.645 \times \sqrt{20}$

D. 1.645×20

15. 设有 10 件产品，其中 2 件为不合格品，从 10 件产品中随机抽取 2 件产品，则这 2 件产品均为合格品的概率为 ()。

A. 0.02

B. 0.25

C. 0.62

D. 0.64

二、计算题 (本题共 6 小题，其中第 1, 3, 5, 6 小题各 15 分，第 2 小题 20 分，第 4 小题 25 分，共计 105 分)。

1. 试利用分布函数的相关知识计算下列积分

$$\int_0^{+\infty} e^{-2x^2} dx$$

的值。

2. 设 x_1, x_2, \dots, x_{15} 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的一个样本，试求

$$y = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2}{2(x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{15}^2)}$$

的分布。

3. 设 $\hat{\theta}$ 是参数 θ 的无偏估计，且有 $Var(\hat{\theta}) > 0$ 。试证 $(\hat{\theta})^2$ 不是 $(\theta)^2$ 的无偏估计。

4. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自双参数指数分布 $\exp(\mu, \sigma)$ 的一个样本，该分布的密度函数为：

$$p(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma} \exp\left\{-\frac{x - \mu}{\sigma}\right\}, \mu \leq x$$

其中 μ 为位置参数，可取任意实数， $\sigma > 0$ 称为尺度参数。试求 μ 与 σ 的极大似然估计。

5. 设在木材中抽出 100 根，测其小头直径，得到样本平均数 $\bar{x} = 11.2cm$ ，样本标准差 $s = 2.6cm$ 。问该批木材小头的平均直径能否认为不低于 12cm (取 $\alpha = 0.05$) ?

6. 在 π 的前 800 位数字中，0, 1, ..., 9 相应地出现了 74, 92, 83, 79, 80, 73, 77, 75, 76, 91 次。试检验 0, 1, ..., 9 是等可能出现的 (取 $\alpha = 0.05$)。

可能用到的分位数：

$$\chi_{0.95}^2(9) = 16.919, \chi_{0.95}^2(10) = 18.307,$$

$$\chi_{0.05}^2(9) = 3.325, \chi_{0.05}^2(10) = 3.940$$