

江苏大学

硕士研究生入学考试样题

A 卷

科目代码: 886

满分: 150 分

科目名称: 概率论与数理统计基础

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

说明: 做本试卷可携带普通计算器

一、单项选择题(本题共 15 小题, 每题 3 分, 共 45 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一个符合题目要求, 请将所选正确答案对应的字母写在答题纸上, 并标明题号)

1. 设事件 A, B 互不相容且 $P(A) = 0.6, P(B) = 0.3$, 则 $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = (\quad)$

A. 0.1; B. 0.3; C. 0.18; D. 0.9

2. 已知 $P(B) > 0$, 则 $P(A|B)$ 与 $P(A)$ 的关系是()

A. $P(A|B) \geq P(A)$; B. $P(A|B) \leq P(A)$;
C. $P(A|B) = P(A)$; D. 上述三种情况都有可能

3. 某班有学生 60 人, 一次体检的平均身高为 170cm, 标准差为 7cm。假设学生身高为正态分布, 则身高介于 156cm 与 184cm 之间的学生人数大约是()

A. 41; B. 48; C. 54; D. 57

4. 设 $(X_1, X_2, \dots, X_{50})$ 是取自总体分布为二项分布 $B(100, 0.5)$ 的简单样本, 则总体标准差为()

A. 20; B. $\sqrt{20}$; C. 5; D. 25

5. 某药品生产企业采用一种新的配方生产某种药品, 并声称新配方药的疗效远好于旧的配方。为检验企业的说法是否属实, 医药管理部门抽取一个样本进行检验。该检验的原假设所表达的是()

A. 新配方药的疗效有显著提高; B. 新配方药的疗效有显著降低;
C. 新配方药的疗效与旧药相比没有变化; D. 新配方药的疗效不如旧药

6. 若总体分布具有可加性, 则在简单随机抽样中, 样本均值 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 的分布由分布

可加性能很容易得到。下列哪个分布不具有可加性()

A. 参数 $\lambda > 0$ 的 Poisson 分布 $P(\lambda)$; B. 自由度为 k 的 χ^2 分布 $\chi^2(k)$;

C. 参数为 μ 的正态分布 $N(\mu, 1)$; D. 参数 $\theta > 0$ 的均匀分布 $U(0, \theta)$

7. 设 $[\theta_L, \theta_U]$ 是 θ 的 0.95 置信区间, 以下说法正确的是()

A. 0.95 置信区间是唯一的; B. 置信区间 $[\theta_L, \theta_U]$ 是随机区间;

C. 一次抽样后由样本数据计算所得的 $[\theta_L, \theta_U]$ 包含真值 θ 的概率为 0.95;

D. 若重复 1000 次抽样, 那么所得的 1000 个的 $[\theta_L, \theta_U]$ 中一定有 950 个包含真值 θ

8. 已知 X 服从参数为 2 的 Poisson 分布, 则 $2X + 1$ 的方差为()

A. 5; B. 8; C. 9; D. 13

9. 对一正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$, ($\sigma^2 > 0$ 未知) 的均值 μ 进行假设检验, 设

$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$, 抽取容量为 n 的样本, 得到样本均值和样本标准差分别为 \bar{x} 和 s , 则显著性水平为 α 的拒绝域应为()

A. $\{|\bar{x} - \mu_0| \geq t_{1-\alpha/2}(n-1)s\sqrt{n}\}$; B. $\{|\bar{x} - \mu_0| \geq u_{1-\alpha/2}(n-1)s\sqrt{n}\}$;

C. $\{|\bar{x} - \mu_0| \geq t_{1-\alpha}(n-1)s\sqrt{n}\}$; D. $\{|\bar{x} - \mu_0| \geq u_{1-\alpha}(n-1)s\sqrt{n}\}$

10. X 与 Y 为两个独立的随机变量, X 的方差为 1, Y 的方差为 2, 则 $3Y - 2X$ 的方差为()

A. 4; B. 8; C. 17; D. 22

11. 将一枚硬币掷 n 次, 以 X_1, Y_1 分别表示第 1 次掷正面向上和反面向上的次数, 再将
该硬币掷 n 次, 以 X_2, Y_2 分别表示第 2 次掷正面向上和反面向上的次数, 总共重复 600
次得 $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2) \cdots (X_{600}, Y_{600})$ 。则 X_i 和 Y_i 的相关系数等于()

A. -1; B. 0; C. 0.5; D. 1

12. 甲、乙两人同时向某一目标射击一次, 若甲命中目标的概率是 0.4, 乙命中目标的概率是 0.6, 那么目标被命中的概率是()

A. 1.0; B. 0.76; C. 0.52; D. 0.24

13. 已知一总体服从正态分布, 其均值为 μ , 方差为 $\sigma^2 (> 0)$, 取样本 $x_1, x_2, \cdots, x_n (n > 1)$,

得到样本均值和样本方差分别为 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$, 以下说法错误的

是()

- A. μ 的矩估计和极大似然估计都是 \bar{x} ; B. \bar{x} 是 μ 的无偏估计;
C. $\sigma^2 (> 0)$ 的矩估计和极大似然估计都是 S^2 ; D. S^2 是 $\sigma^2 (> 0)$ 的无偏估计

14. 设随机变量 X 服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, ($\sigma > 0$), 且关于 y 的一元二次方程

$2y^2 + 4y + x = 0$ 无实根的概率为 $\frac{1}{2}$, 则 $\mu =$ ()

- A. 2; B. 4; C. 6; D. 8

15. 在假设检验中, 当样本容量一定时, 若缩小犯第一类错误的概率, 则犯第二类错误的概率会相应 ()

- A. 减少; B. 增大; C. 不变; D. 不确定

二、计算题(本题共 5 小题, 其中第 1 小题 15 分, 第 2、4 小题各 25 分, 第 3、5 小题各 20 分, 共 105 分)

1. 设随机变量 X_1 与 X_2 相互独立, 分别服从 $N(6, 1)$ 和 $N(7, 1)$ 。求 $P(X_1 > X_2)$ 。

2. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, X_{n+1}$ 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, $\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$,

$S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 试求常数 c , 使得 $t_c = c \frac{X_{n+1} - \bar{X}_n}{S_n}$ 服从 t 分布, 并指出分布的

自由度。

3. 设随机变量 X 服从分布 $f(x; \theta) = \frac{1}{2\theta} e^{-\frac{|x|}{\theta}}$, 其中 $\theta > 0, -\infty < x < +\infty$ 。

(1) 试求 X 的数学期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$ 。

(2) 若 x_1, x_2, \dots, x_n 是取自上述总体分布的样本观测值, 请给出 θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}_{MLE}$ 。

4. 设从均值为 μ , 方差为 $\sigma^2 > 0$ 的总体中, 分别抽取容量为 n_1 和 n_2 的两独立样本, X_1 和 X_2 分别是这两个样本的均值. 试证, 对于任意常数 $a, b (a + b = 1)$, $Y = aX_1 + bX_2$ 都是 μ 的无偏估计, 并确定常数 a, b 使 $Var(Y)$ 达到最小。

5.在股票投资中有一个流行的说法：盈利、持平和亏损的比例为 1:2:7。现有一组调查数据，在 1270 位被调查的股民中，盈利者 273 人，持平者 240 人，亏损者 757 人。在显著性水平为 0.05 下检验该调查数据是否支持上述观点？

可能用到的数据：

$$\chi_{0.95}^2(2)=5.99, \Phi\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \approx 0.76$$