★★★★ 答题一律做在答题纸上，做在试卷上无效。★★★★

一：填空题 （每空 3 分，共 30 分）

1：已知一个 LTI 系统，当输入为 $s_1(t)=u(t)$ 时，系统零状态响应为 $y_1(t)=e^{-2t}u(t)$，那么当输入为 $s_2(t)=u(t)+\delta(t)$ 时，系统的零状态响应 $y_2(t)=$____________

2：$x(t)=cos\left(\frac{1}{4}t\right)+cos\left(\frac{1}{5}t\right)$，该连续时间信号为____________（周期或非周期）信号；序列$x(n)=cos(\frac{1}{4}n)$，该离散序列为____________（周期或非周期）序列。

3：已知信号 $s(t)$ 的奈奎斯特采样频率为f_s，那么信号 $s(2t)$ 的奈奎斯特采样频率为________

4：信号 $\frac{d}{dt}(e^{-2|t-1|})$ 的傅里叶变换表达式为____________

5：已知序列 $x(n)$ 的 z 变换为 $X(z)=z^{-2018}+2z^{-1}+3z+4z^{2018}$，则$x(n)=$____________

6：$\int_{-\infty}^{t}\delta(2\tau)(\tau-3)d\tau=$____________

7：已知信号 $x(t)$ 的傅里叶变换存在且表示为$X(j\omega)$，那么信号 $x\left(1-\frac{t}{2}\right)$ 的傅里叶变换可以表示为____________

8：信号 $x(t)=\frac{t^2}{2}e^{-2t}u(t)$ 的拉普拉斯变换为____________，对应的收敛域为________

二：综合计算题（共 7 题，共 120 分）

1：（本题 12 分）
已知两个离散信号 $x(n)=u(n)-u(n-10)$，$h(n)=u(n)-u(n-N)$，其中N 为一个正整数。若令 $y(n)=x(n)*h(n)$，有 $y(4)=5$，$y(16)=0$，求出所有可能的 N 值。

2：（本题 16 分）
（1）求信号$te^{-|t|}$的傅里叶变换。（8 分）
（2）结合（1）的结果，求信号 $\frac{t}{(1+t^2)^2}$ 的傅里叶变换。（8 分）

3：（本题 12 分）

已知一系统的输入输出关系始终可以表示为：$y(t)=\int_{t-T_0}^{+\infty}e^{t-\tau}x(\tau-\pi)d\tau$，其中输入信号为$x(t)$，$T_0$为一常数。

（1）证明该系统为一个 LTI 系统 （6 分）

（2）求出该系统的单位冲激响应。（6 分）

4：（本题 14 分）

已知信号$x(n)$的 DTFT 存在且表示为$X[e^{j\omega}]$

（1）证明：$X(e^{j0})=\sum_{n=-\infty}^{+\infty}x(n)$ （4 分）

（2）利用（1）中的结果求序列和：$A=\sum_{n=3}^{+\infty}n(0.5)^n$ （10 分）

5：（本题 24 分）

已知一连续时间系统的系统函数存在，且只有 2 个有限极点，分别位于 $s=-1\pm j$。只有一个有限零点位于$s=1$。且已知 $H(0)=-1/2$。

（1）求 $H(s)$ 的表达式，并指出所有可能的收敛域。（8 分）

（2）若系统为稳定系统，求系统的单位冲激响应 $h(t)$，并判断系统的因果性。（6 分）

（3）写出一个能表示系统输入输出关系的常系数线性微分方程。（5 分）

（4）当系统输入为$x(t)=2018e^{jt}$ 时，求对应的零状态响应 $y(t)$。（5 分）

6：（本题 22 分）

已知一因果 LTI 系统的输入输出关系可以通过以下差分方程描述：

$$y(n)-0.8y(n-1)=x(n)+0.8x(n-1)$$

（1）求该系统的系统函数 $H(z)$、收敛域、以及单位冲激响应。 （14 分）

（2）判断系统是否稳定，如果是，写出频率响应 $H(e^{j\omega})$的表达式并判断系统最可能是哪种频率选择性滤波器？如果否，写出判断依据。（8 分）

7：（本题 20 分）

已知一个因果 LTI 系统的输入输出关系可以由以下微分方程表示

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+5\frac{dy(t)}{dt}+6y(t)=\frac{dx(t)}{dt}+x(t)$$

系统初始状态为 $y(0_-)=2$，$\left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=0_-}=3$，求当系统输入信号为$x(t)=u(t)$ 时，系统的全响应。