

# 广西科技大学 2022 年硕士研究生招生考试

## 初试专业课样题

考试科目代码：432

考试科目名称：统计学

考试时间：180 分钟

(本试题共 3 页)

注意：

1. 所有试题的答案均写在专用的答题纸上，写在试卷上一律无效。
2. 考试结束后试卷与答题纸一并交回。

### 一、简答题：(1—9 小题，每小题 5 分共 45 分)

1. 对立事件与互不相容事件有何联系与区别？
2. 随机变量作为实单值函数与普通函数有何区别？
3. 试述分布函数的定义及其性质？
4. 相关系数  $\rho$  反映随机变量  $X$  和  $Y$  的什么特性？
5. 谈谈你对统计量的理解，并阐述如何评价统计量？
6. 什么是  $t$  分布？
7. 已知  $X_1, X_2, \dots, X_6$  是来自总体  $X$  的一个样本， $X_i \sim N(0,1)$ ，问

$$Y = \left( \frac{X_1 + X_2 + X_3}{\sqrt{3}} \right)^2 + \left( \frac{X_4 + X_5 + X_6}{\sqrt{3}} \right)^2 \text{ 服从什么分布？}$$

8. 设总体  $X \sim N(0, \sigma^2)$ ， $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自这一总体的样本. 证明  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$  是  $\sigma^2$  的无偏估计.
9. 简述极大似然估计的基本思想？

### 二、计算题：(10—14 小题，每小题 9 分，共 45 分)

10. 已知随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} A \cos x, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

- (1) 求系数  $A$ ；(2) 求  $X$  的分布函数；(3) 求  $P(0 < X < \frac{\pi}{4})$ .

11. 已知随机变量  $X$  与  $Y$  的分布律分别如下

$X$	-1	0	1
$P$	0.25	0.5	0.25

$Y$	0	1
$P$	0.5	0.5

(1) 若  $X$ 、 $Y$  相互独立, 求  $(X, Y)$  的分布律;

(2) 若  $X$ 、 $Y$  不相互独立, 但  $P(XY = 0) = 1$ , 求  $(X, Y)$  的分布律.

12. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} xe^{-(x+y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求 (1) 判断  $X$  与  $Y$  是否相互独立?

(2)  $\text{cov}(X, Y)$ .

13. 医学上用某方法检验“肺炎”患者, 临床表现为发热、干咳, 据以往记录, 已知人群中既发热又干咳的病人患“肺炎”的概率为 5%, 仅发热的病人患“肺炎”的概率为 3%, 仅干咳的病人患“肺炎”的概率为 1%, 无上述现象而被确诊为“肺炎”的概率为 0.01%; 现对某疫区 25000 人进行检查, 其中既发热又干咳的病人为 250 人, 仅发热的病人为 500 人, 仅干咳的病人为 1000 人, 试求:

(1) 该疫区中某人患有肺炎的概率;

(2) 被确诊为“肺炎”患者是仅发热病人的概率.

14. 设某厂生产的某种电子管的使用寿命服从正态分布, 从该厂生产的该种电子管中随机抽取 16 个进行检验, 且测得平均使用寿命为 1950 小时, 标准差  $S$  为 160 小时. 以 95% 的可靠性估计整批电子管平均使用寿命的置信区间.

$$(t_{0.025}(15) = 2.1315, t_{0.025}(16) = 2.1199, u_{0.025} = 1.96, u_{0.05} = 1.645)$$

### 三、综合题: (15—18 小题, 每小题 15 分, 共 60 分)

15. 设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体  $X$  的简单随机样本.

(1) 求  $\mu$  的矩估计量;

(2) 求  $\mu, \sigma^2$  的极大似然估计量.

16. 设超大牵伸纺机所纺纱的断裂强度服从  $N(\mu_1, 0.02)$ . 普通纺机所纺纱的断裂强度服从  $N(\mu_2, 0.15)$ . 现对超大牵伸纺机所纺纱抽取容量为 200 的样本, 计算得  $\bar{x} = 5.76$ , 对普通纺机所纺纱抽取容量为 100 的样本, 计算得  $\bar{y} = 5.32$ , 给定置信度为 0.95, 求  $\mu_1 - \mu_2$  的置信区间, 其中  $u_{0.025} = 1.96$ .

17. 某化学用品有限责任公司用包装机包装洗衣粉, 洗衣粉包装机在正常工作时, 装包量  $X \sim N(500, 2^2)$  (单位: g). 每天开工后, 需先检验包装机是否工作正常. 某天开工后, 在装好的洗衣粉中任取 9 袋, 其重量如下:

505 499 502 506 498 498 497 510 503

假设总体标准差  $\sigma = 2$  不变, 试问这天包装机工作是否正常 (显著性水平  $\alpha = 0.05$ ) ? ( $t_{0.025}(9) = 2.2622, t_{0.025}(8) = 2.3060, u_{0.025} = 1.96$ )

18. 某车间生产铜丝, 设铜丝的折断力服从正态分布, 现随机抽取 10 根, 检查折断力, 计算得  $\bar{x} = 575.2$ ,  $(n-1)S^2 = 681.6$ . 试求铜丝折断力方差的置信区间, 置信度为 0.95. ( $\chi^2_{0.025}(9) = 19.023, \chi^2_{0.975}(9) = 2.700, u_{0.025} = 1.96$ )